



Χαρτογραφική
Επιστημονική
Εταιρεία
Ελλάδας

Τμήμα
Μηχανικών
Ορυκτών Πόρων
Πολυτεχνείου Κρήτης



ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΣΥΝΕΔΡΙΟΥ

Χαρτογραφία Δικτύων Χαρτογραφία μέσω Δικτύων



9^ο Εθνικό Συνέδριο Χαρτογραφίας

ΧΑΝΙΑ
02-04
ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ
2006

ΚΕΝΤΡΟ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗΣ ΜΕΣΟΓΕΙΟΥ
ΜΕΓΑΛΟ ΑΡΣΕΝΑΛΙ ΧΑΝΙΩΝ

ΤΕΛΕΤΗ ΕΝΑΡΞΗΣ: 02 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2006 18:00
ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΣΥΝΕΔΡΙΟΥ: 03-04 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2006 09:00-19:00

ΧΑΡΤΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΕΤΑΙΡΙΑ ΕΛΛΑΔΑΣ
ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΤΟΥ 9^{ου} ΕΘΝΙΚΟΥ ΣΥΝΕΔΡΙΟΥ ΧΑΡΤΟΓΡΑΦΙΑΣ, 2006
Χαρτογραφία Δικτύων – Χαρτογραφία μέσω Δικτύων

HELLENIC CARTOGRAPHIC SOCIETY
PROCEEDINGS OF THE 9th NATIONAL CARTOGRAPHIC CONFERENCE, 2006
Network Cartography – Cartography via Network

Επιμέλεια έκδοσης: Νικόλαος Καρανικόλας



© Copyright, 2006, XEEE – HCS

ISBN 978-960-?????

XEEE – Ταχ. Θυρίδα 1644/540 06, Θεσσαλονίκη
Τηλ. 2310 996133 • Fax 2310 996415
e-mail: myridis@topo.auth.gr
<http://xeee.topo.auth.gr>

HCS – P.O. Box 1644/GR 540 06, Thessaloniki, Greece
Tel. +30 2310 996133 • Fax +30 2310 996415
e-mail: myridis@topo.auth.gr
<http://xeee.topo.auth.gr>



Φωτοστοχειοθεσία
Εκτύπωση

Βιβλιοπωλείο

www.ziti.gr

Π. ΖΗΤΗ & Σια ΟΕ
18ο χλμ Θεσ/νίκης-Περαίας
Τ.Θ. 4171 • Περαία Θεσσαλονίκης • Τ.Κ. 570 19
Τηλ.: 23920 72.222 (10 γραμ.) - Fax: 23920 72.229
e-mail: info@ziti.gr

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ
Αρμενοπούλου 27 • 546 35 Θεσσαλονίκη
Τηλ. 2310 203.720, Fax 2310 211.305
e-mail: sales@ziti.gr

Η Χρήση των ϵ -Περιοχών και των Δένδρων Ιεραρχικής Δομής για την Απλοποίηση Χαρτογραφικών Γραμμών

Μητρόπουλος Βασίλης¹, Νάκος Βύρωνας²

- (1) Υποψήφιος Διδάκτορας, Εργαστήριο Χαρτογραφίας, Σχολή Αγρονόμων & Τοπογράφων Μηχανικών Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Ηρώων Πολυτεχνείου 9, Ζωγράφος, Τ.Κ. 157 80, 210-7721306, mitrovas@survey.ntua.gr
- (2) Καθηγητής Ε.Μ.Π, Εργαστήριο Χαρτογραφίας, Σχολή Αγρονόμων & Τοπογράφων Μηχανικών Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Ηρώων Πολυτεχνείου 9, Ζωγράφος, Τ.Κ. 157 80, 210-7722733, bnakos@central.ntua.gr

Περίληψη

Στην παρούσα έρευνα παρουσιάζεται μια μεθοδολογία εντοπισμού κάμψεων κατά μήκος χαρτογραφικών γραμμών, καθώς και ένας αλγόριθμος (χαμηλού επιπέδου) απλοποίησης που βασίζεται σε αυτές. Η μέθοδος στηρίζεται στην ιδέα των ϵ -περιοχών που εισήχθη από τον Perkal. Δίδεται ο ορισμός των ϵ -κάμψεων, όπως ονομάζονται, και καθορίζονται οι ποσοτικές ιδιότητές τους. Εφαρμόζοντας τη μέθοδο με σταδιακά μειούμενα επίπεδα του ϵ δημιουργείται μία σειρά ϵ -κάμψεων, οι οποίες έχουν άμεση τοπολογική σχέση μεταξύ τους. Οι ϵ -κάμψεις, η τοπολογική τους σχέση, καθώς και οι ιδιότητές τους αναπαριστώνται μέσω δένδρων ιεραρχικής δομής. Ο αλγόριθμος απλοποίησης, έχει ως φιλοσοφία την διατήρηση των ϵ -κάμψεων που έχουν δημιουργηθεί και βασίζεται στην ανάλυση της πληροφορίας που είναι 'αποθηκευμένη' στα δένδρα ιεραρχικής δομής. Η προτεινόμενη μεθοδολογία εφαρμόζεται δοκιμαστικά στην ακτογραμμή της νήσου Περιστέρα, κλίμακας 1:50K. Δημιουργούνται, ερμηνεύονται και σχολιάζονται οι ϵ -κάμψεις και τα αντίστοιχα δένδρα ιεραρχικής δομής. Στη συνέχεια, η ακτογραμμή απλοποιείται από τον προτεινόμενο αλγόριθμο σε τέσσερα σενάρια γενίκευσης. Τα αποτελέσματα συγκρίνονται και αξιολογούνται με βάση αυτά που προκύπτουν από την εφαρμογή, στην ίδια γραμμή, δύο ευρέως γνωστών αλγορίθμων απλοποίησης (pointremove και bendsimplify). Αν και η παρούσα έρευνα προσεγγίζει το πρόβλημα σε προκαταρκτικό στάδιο, τα αποτελέσματα της εφαρμογής είναι ικανοποιητικά.

Abstract

In the paper, a method for detecting bends along cartographic lines is introduced. The method is based on the concept of ϵ -areas, proposed by Perkal. The ϵ -bends are defined and their quantitative attributes are determined. The method is implemented in each line in iteratively graduated decreasing levels of ϵ , forming several ϵ -bends, which have a direct topological relation. The generated ϵ -bends, their topological relation and their

attributes are represented in hierarchically structured trees. Thereinafter, a low level simplification algorithm is introduced. The algorithm's concept is the retention of the generated ϵ -bends and its structure is based on the analysis of the information stored in the trees. The proposed method is implemented on Peristera Island coastline as a case study, digitised from a paper map of scale 1:50K. The generated ϵ -bends and hierarchical structured trees are assessed and discussed. Then, the coastline is simplified by the proposed algorithm in four levels of generalization. The results are compared and discussed with these deriving from the implementation of two well known simplification algorithms (pointremove and bendsimplify). Although the present research approaches the problem at a preliminary stage, promising results have been produced.



Εισαγωγή

Η γενίκευση χαρτογραφικών γραμμών θεωρείται ως μία από τις πιο πολύπλοκες χαρτογραφικές διαδικασίες, εξαιτίας της εξάρτησής της από παράγοντες, όπως το επίπεδο απλοποίησης, ο σκοπός του χάρτη, ο χαρακτήρας και η μορφή της χαρτογραφικής γραμμής. Κατά την χειροκίνητη γενίκευση, οι χαρτογράφοι οφείλουν να λαμβάνουν όλους αυτούς τους παράγοντες υπόψη και, σε συνδυασμό με τρόπο και τις διαδικασίες οπτικής αντίληψης, να δημιουργούν αναπαραστάσεις του φαινομένου λειτουργικά έγκυρες και οπτικά αποδεκτές από τον αναγνώστη. Έτσι, ακολουθούν μια ολιστική διαδικασία, κατά την οποία εξετάζουν τη γραμμή, τόσο σε καθολικό, όσο και σε τοπικό επίπεδο. Σκοπός είναι η αξιολόγηση της σημαντικότητας της εκάστοτε θέσης και η εκτίμηση του πώς η απαλοιφή ή η διατήρησή της μπορεί να επηρεάσει τις γειτονικές αυτής θέσεις, αλλά και ολόκληρη τη γραμμή. Ένα άλλο χαρακτηριστικό της χειροκίνητης απλοποίησης γραμμικών οντοτήτων είναι η υποκειμενικότητα της διαδικασίας. Οι χαρτογράφοι χρησιμοποιούν προσωπικά, λογικά και αισθητικά κριτήρια για να συνθέσουν μια γενικευμένη γραμμή. Παρόλα αυτά έρευνες έχουν δείξει πως υπάρχει ένας γενικός κανόνας που καθορίζει τον τρόπο επιλογής των προς διατήρηση θέσεων. Η Marino (1979) παρουσίασε μια εμπειρική μελέτη πάνω σε αυτό το αντικείμενο. Σε μια ομάδα ανθρώπων δόθηκαν έξι διαφορετικές γραμμές και τους ζητήθηκε να επιλέξουν τα σημεία που θεωρούν κατάλληλα και αναγκαία, ώστε οι γραμμές να διατηρούν το χαρακτήρα και τη μορφή τους, σε τρία σενάρια γενίκευσης. Η στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων έδειξε πως η μεγάλη πλειοψηφία των επιλεχθέντων σημείων βρίσκονται σε θέσεις μέγιστης μεταβολής της κλίσης των γραμμών. Τα αποτελέσματα της έρευνας της Marino επιβεβαιώνουν τις ιδέες του Attneave γύρω από την οπτική αντίληψη. Ο Attneave (1954) επισημαίνει ότι κάθε θέση ενός σχεδιασμένου αντικειμένου περιλαμβάνει και μεταφέρει στον παρατηρητή διαφορετική ποσότητα πληροφορίας. Η μεγαλύτερη συγκεντρώνεται κατά μήκος του περιγράμματός του και ειδικότερα, σε αυτές τις θέσεις, όπου η διεύθυνσή του μεταβάλλεται περισσότερο. Ο Attneave καταλήγει ότι αυτές οι θέσεις είναι ικανές από μόνες τους να χαρακτηρίσουν το σχήμα ενός αντικειμένου και τις διαφοροποιεί από τις υπόλοιπες που θεωρεί πλεονάζουσες. Βασιζόμενοι σε αυτή την ιδέα, οι χαρτογράφοι θεωρούν ότι οι θέ-

σεις κατά μήκος των γραμμών, στις οποίες η διεύθυνσή τους αλλάζει ραγδαία είναι σημαντικές για την διατήρηση της μορφής και του σχήματος τους και, ως εκ τούτου, θα πρέπει να διατηρούνται μετά την διαδικασία απλοποίησης.

Στην ψηφιακή χαρτογραφία, έχουν παρουσιαστεί αρκετές μελέτες που σκοπό έχουν την αυτοματοποίηση της διαδικασίας απλοποίησης, μέσω των αντίστοιχων αλγορίθμων. Η έννοια των κρίσιμων σημείων χρησιμοποιείται έμμεσα, ως ένα έγκυρο κριτήριο ποιοτικής αξιολόγησης των αποτελεσμάτων τους, αλλά και άμεσα, αφού πολλοί εξ' αυτών βασίζονται, ως ένα βαθμό, τη δομή τους στη διατήρηση των σημείων που βρίσκονται σε θέσεις μέγιστης αλλαγής κλίσης της γραμμής. Μεταξύ αυτών των αλγορίθμων, ο ευρύτερα γνωστός είναι αυτός που προτάθηκε από τους Douglas και Peucker (1973). Μετά από πλήθος εφαρμογών, αρκετοί αλγόριθμοι θεωρούνται ικανοποιητικοί. Όμως, η πολυπλοκότητα της χειροκίνητης απλοποίησης γραμμών, όπως περιγράφηκε παραπάνω, συνιστά σημαντικές δυσκολίες στη δημιουργία ενός μοντέλου αυτοματοποιημένης ολοκλήρωσής της. Σε αυτό έρχεται να προστεθεί και το 'πρόβλημα' της καταγραφής, διαχείρισης και απόδοσης συνεχών χωρικών φαινομένων, όπως είναι οι χαρτογραφικές γραμμές, μέσω απεικονίσεων διανυσματικής (vector) δομής σε ψηφιακό περιβάλλον. Οι χαρακτηριστικές, φυσικές και γεωμετρικές ιδιότητες των γραμμικών οντοτήτων, όπως η συνέχεια, η καμπυλότητα κτλ., 'χάνονται' στο περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή. Αυτή η ασυμβατότητα μεταξύ πραγματικότητας και αναπαράστασης της χαρτογραφικής γραμμής δημιουργεί σημαντικά προβλήματα στην αντίληψή της από τον εκάστοτε χρήστη του χάρτη. Έτσι, η εγκυρότητα και η ορθότητα των αποτελεσμάτων των αλγορίθμων συνεχίζει να αποτελεί θέμα συζήτησης για τους χαρτογράφους.

Η λειτουργία της πλειοψηφίας των αλγορίθμων στηρίζεται στην ανάλυση της δομής των χαρτογραφικών γραμμών μέσω γεωμετρικών κριτηρίων, καθώς επίσης και σε δεσμεύσεις που τίθενται από τον χρήστη. Όμως, η εφαρμογή συγκεκριμένου κάθε φορά γεωμετρικού κριτηρίου δεν επαρκεί, αφού οι χαρτογραφικές γραμμές (ή τμήματα αυτών) δεν μεταβάλλονται με τον ίδιο τρόπο κατά τη διαδικασία απλοποίησης. Ανάλογα με τη γεωμορφολογική φύση και τον χαρακτήρα τους 'συμπεριφέρονται' διαφορετικά στις αλλαγές κλίμακας (Buttenfield, 1989). Η μηχανική λειτουργία των αλγορίθμων δεν παρέχει τη δυνατότητα επιλεκτικής εφαρμογής των κανόνων εντοπισμού, με αποτέλεσμα να μην είναι πάντοτε κατάλληλοι στο να λειτουργήσουν ορθά σε όλες τις γραμμές ή σε διαφορετικά σχηματισμένα τμήματα μιας συγκεκριμένης γραμμής. Συγχρόνως, η καθολική εξέταση της γραμμής, όπως συμβαίνει με τους πιο έγκυρους αλγορίθμους, (π.χ. Douglas&Peucker), έχει ως αποτέλεσμα την μη αποτίμηση της σημαντικότητας, σε τοπικό επίπεδο, του εκάστοτε σημείου. Αυτό τονίζει σε έρευνα του ο Dutton (1999), ο οποίος αναφέρει πως η ανάλυση μιας γραμμής ως σύνολο για την επιλογή των σημείων που τη διαμορφώνουν είναι δυνατό να οδηγήσει σε οπτικά μη-αποδεκτά ή ακόμη και λανθασμένα αποτελέσματα. Καταλήγοντας προτείνει, πως 'χωρίζοντας τη γραμμή σε τμήματα, ώστε να είναι κάθε ένα από αυτά περισσότερο ομοιογενές, και εφαρμόζοντας κατάλληλους αλγορίθμους και παραμέτρους σε κάθε ένα τμήμα ανεξάρτητα, τα αποτελέσματα της γενίκευσης θα είναι καλύτερα' (Dutton 1999, σελ.36). Τέλος, έχοντας ως λειτουργική αρχή τον εντοπισμό των θέσεων μεγάλης αλλαγής κλίσης μιας γραμμής, αρκετοί αλγόριθμοι

δεν επιλέγουν σημεία που βρίσκονται σε ομαλά τμήματα ('σιωπηλά' σημεία), τα οποία μπορεί να είναι χρήσιμα για τη διατήρηση του σχήματος της γραμμής (Dutton, 1999). Κάθε σημείο που εντοπίζεται σε μια θέση μέγιστης αλλαγής κλίσης δεν είναι απαραίτητως ένα κρίσιμο σημείο και, επιπλέον, τα κρίσιμα σημεία δεν εντοπίζονται αποκλειστικά και μόνον σε αυτά τα τμήματα της γραμμής.

Έχοντας σαν υπόβαθρο τις παραπάνω ερευνητικές κατευθύνσεις ανακύπτει το θέμα της ανάλυσης των ιδιοτήτων των γραμμικών οντοτήτων σε τοπικό, εκτός από καθολικό επίπεδο. Σε αυτό το πλαίσιο, θα ήταν ορθότερο για τους χαρτογράφους να εξετάζουν τμήματα και όχι μεμονωμένα σημεία της γραμμής. Η κύρια ένσταση στο να θεωρούνται τα σημεία ως το ελάχιστο στοιχείο ανάλυσης μίας γραμμής είναι το ότι είναι δύσκολο να ληφθεί υπόψη η τοπική τους σημαντικότητα. Κάθε σημείο είναι έντονα συνδεδεμένο με τα γειτονικά του. Έτσι, η διατήρηση ή όχι ενός σημείου μπορεί να επηρεάσει τη σημαντικότητα των προηγούμενων ή των επόμενων και κατ' επέκταση, το τελικό σχήμα και την αισθητική και γεωγραφική εγκυρότητα της γενικευμένης γραμμής. Αντίθετα, τα βάση κανόνων ορισμένα τμήματα σε μια γραμμή (π.χ. κάμψεις) προσεγγίζουν καλύτερα τη φυσική της δομή, όσον αφορά τη γεωμετρική ανάλυση. Εξετάζοντας τμήματα της γραμμής, η αποτίμηση της τοπικής σημαντικότητας είναι πιο έγκυρη, αφού οι γεωμετρικές ιδιότητές τους (ή έστω μια προσέγγιση αυτών) μπορούν να υπολογισθούν και η τοπολογική τους σχέση μπορεί να αποτιμηθεί. Σε αυτό το πλαίσιο, οι Wang και Müller προτείνουν ένα αλγόριθμο απλοποίησης, ο οποίος βασίζεται στον εντοπισμό των κάμψεων μιας γραμμής. Για τον ορισμό των κάμψεων χρησιμοποιούνται γεωμετρικές αρχές. Ειδικότερα, οι Wang και Müller ορίζουν ότι μία κάμψη είναι 'εκείνο το τμήμα της γραμμής που περιέχει έναν αριθμό διαδοχικών κορυφών, με τις γωνίες κάμψης σε όλες τις κορυφές που περιέχονται στην καμπύλη να είναι είτε θετικές είτε αρνητικές και η κάμψη των ακραίων κορυφών κάθε καμπύλης να είναι σε αντίθετα πρόσημα (Wang and Müller 1998, σελ. 5). Οι ιδιότητες (μέγεθος και σχήμα) κάθε κάμψης υπολογίζονται και ορίζεται η σχέση με τις γειτονικές της. Οι διατηρούμενες κάμψεις που σχηματίζουν την προκύπτουσα γραμμή, καθώς και η τελική τους μορφή συντάσσονται μετά την εφαρμογή χειριστών απαλοιφής, συνδυασμού και μεγαλοποίησης.

Στόχοι της έρευνας

Η ανάλυση των χαρτογραφικών γραμμών σε ξεχωριστά τμήματα, ομοιόμορφων χαρακτηριστικών αποτελεί ένα χρήσιμο ερευνητικό πεδίο στην απλοποίηση γραμμικών οντοτήτων. Θεωρώντας τις κάμψεις ως τέτοια τμήματα, στην παρούσα έρευνα παρουσιάζεται μία μέθοδος δημιουργίας, ανάλυσης και αναπαράστασης κάμψεων κατά μήκος γραμμών, ενώ στη συνέχεια προτείνεται ένας αλγόριθμος απλοποίησης, ο οποίος βασίζεται σε αυτές. Θεωρητικά, οι ϵ -κάμψεις, όπως ονομάζονται, δημιουργούνται μεταξύ δύο σημείων τομής της γραμμής και κύκλου σταθερής διαμέτρου ϵ που κυλά κατά μήκος της. Για κάθε μία ορίζονται και υπολογίζονται οι ποσοτικές ιδιότητες που την χαρακτηρίζουν. Με τον τρόπο αυτό, διασφαλίζεται η ιδέα της κατάτμησης των γραμμών βάσει ενός κοινού μέτρου και η ανάλυση κάθε τμήματος συναρτήσει των ποσοτικών χαρακτηριστι-

κών του. Εφαρμόζοντας επαναληπτικά κύκλους βαθμιαία μειούμενων διαμέτρων ϵ , σχηματίζεται μία σειρά ϵ -κάμψεων, οι οποίες έχουν άμεση τοπολογική σχέση μεταξύ τους, αφού εκτός της μέγιστης, κάθε μία εμπεριέχεται σε μία μεγαλύτερου επιπέδου του ϵ . Οι ϵ -κάμψεις και η τοπολογική τους σχέση αναπαρίστανται μέσω δένδρων ιεραρχικής δομής, στα οποία, συγχρόνως, αναγράφονται οι ποσοτικές ιδιότητές τους. Στόχος είναι μέσω της δομής των δένδρων και της πληροφορίας που εμπεριέχουν να επιτυγχάνεται μία άμεση ανάλυση και μία πρόβλεψη της μορφής των γραμμών. Μία εφαρμογή που αξιοποιεί τα δεδομένα που προκύπτουν από την παραπάνω διαδικασία είναι ο προτεινόμενος αλγόριθμος απλοποίησης. Η δομή του στηρίζεται στη ενίσχυση των κάμψεων που υπερβαίνουν μία ανοχή, η οποία καθορίζεται από τις προϋπολογισμένες ποσοτικές ιδιότητές τους και την μεγαλύτερη απλοποίηση των υπόλοιπων τμημάτων της γραμμής. Με τον τρόπο αυτό είναι δυνατό να διασφαλισθεί η διατήρηση και ‘σιωπηλών’ σημείων στις γενικευμένες γραμμές. Ο αλγόριθμος είναι σχεδιασμένος για ‘πραγματικού χρόνου’ και μεγάλου επιπέδου γενικεύσεις. Η όλη μεθοδολογία εφαρμόζεται δοκιμαστικά στην ακτογραμμή της νήσου Περιστέρα, κλίμακας 1:50.000. Στόχος είναι η αξιολόγηση της διαδικασίας ανίχνευσης και αναπαράστασης των ϵ -κάμψεων, ενώ τα αποτελέσματα απλοποίησης συγκρίνονται με αυτά δύο γνωστών αλγορίθμων που εφαρμόζονται στην ακτογραμμή.

Προτεινόμενη Μέθοδος

Ο μαθηματικός Perkal (1966a), σε μια προσπάθεια δημιουργίας μιας μεθόδου μέτρησης του αναπτύγματος γραμμικών οντοτήτων, εισήγαγε την έννοια της ‘ ϵ -περιοχής’.

Θεωρητικά, μία ‘ ϵ -περιοχή’ δημιουργείται όταν ένας κύκλος διαμέτρου ϵ κυλά κατά μήκος μιας γραμμής και από τις δύο πλευρές της. Ο Perkal την ορίζει ως ‘το γεωμετρικό τόπο των σημείων του πεδίου που απέχουν απόσταση μικρότερη από ϵ από τη γραμμή’ (Perkal 1966a, σελ.8). Αν και η δόμηση και η εφαρμογή της έρευνας του Perkal απευθύνεται σε αναλογικές γραμμές, η ιδέα του αποτελεί ένα χρήσιμο ‘εργαλείο’ στην σύγχρονη, ψηφιακή χαρτογραφία. Βασισόμενος στην ιδέα της ‘ ϵ -περιοχής’, ο Perkal εισάγει την έννοια της ϵ -κυρτότητας, βάσει της οποίας χωρίζει τις γραμμές (ή τμήματα των γραμμών) σε ϵ -κυρτές και ϵ -μη-κυρτές περιοχές. Μία γραμμή είναι ϵ -κυρτή ‘εάν κύκλος διαμέτρου ϵ μπορεί να ταιριάζει και στις δύο πλευρές αυτής’ (Perkal 1966a, σελ.9). Αντίθετα, όταν υπάρχει τομή μεταξύ του κύκλου και της γραμμής, τότε το συγκεκριμένο κομμάτι της γραμμής είναι ϵ -μη-κυρτό. Επεκτείνοντας την ιδέα της ϵ -κυρτότητας, ο Perkal (1966b) πρότεινε μία μέθοδο γενίκευσης πεδίων, γνωστή και ως ϵ -γενίκευση. Σύμφωνα με αυτή, μία κλειστή γραμμή δημιουργεί γύρω της δύο πεδία, ένα εσωτερικό (D) και ένα εξωτερικό (D’). Ένας κύκλος διαμέτρου ϵ κυλάει, ξεχωριστά, στην εσωτερική και στην εξωτερική πλευρά της γραμμής. ‘Το σύνολο των σημείων που έχουν την ιδιότητα να περιέχονται μέσα στους κύκλους διαμέτρου ϵ , τα οποία περιλαμβάνονται ολοκληρωτικά στο πεδίο D, ορίζονται ως ϵ -γενίκευση του πεδίου D’ (Perkal 1966b, σελ.4). Η ίδια διαδικασία λαμβάνει χώρα και στο πεδίο D’. Με άλλα λόγια, με την κύλιση του κύκλου ανευρίσκονται τα ϵ -κυρτά τμήματα της γραμμής, τα οποία και διατηρού-

νται. Αντίθετα, τα ϵ -μη-κυρτά τμήματα απαλείφονται και αντικαθίστανται από το τμήμα του κύκλου που ενώνει τα σημεία τομής.

Ορισμός ϵ -κάμψεων και δημιουργία ϵ -κάμψεων για ένα εύρος τιμών ϵ

Στην παρούσα έρευνα, η ιδέα της ϵ -κυρτότητας χρησιμοποιείται για τον εντοπισμό κάμψεων κατά μήκος χαρτογραφικών γραμμών. Θεωρητικά, σε μια διαδικασία αντίστοιχη του Perkal, κύκλος διαμέτρου ϵ κυλάει και από τις δύο πλευρές της γραμμής, δημιουργώντας ϵ -κυρτά και ϵ -μη-κυρτά τμήματα της γραμμής. Ως ' ϵ -κάμψεις' ορίζονται τα ϵ -μη-κυρτά τμήματα της γραμμής.

Η μέθοδος υλοποιείται σε κάθε γραμμή εφαρμόζοντας επαναληπτικά, κύκλους με σταδιακά ελαττούμενες διαμέτρους ϵ , από μία μέγιστη σε μία ελάχιστη τιμή. Με αυτόν τον τρόπο, κάθε ϵ -κάμψη, η οποία έχει δημιουργηθεί από μεγαλύτερη τιμή του ϵ περιλαμβάνει ϵ -κάμψεις που έχουν δημιουργηθεί από μικρότερες τιμές του ϵ (αναφέρονται ως ' ϵ -υπο-κάμψεις), ή αντίστροφα, κάθε ϵ -κάμψη που έχει δημιουργηθεί από μικρή τιμή του ϵ ανήκει σε μία ϵ -κάμψη που έχει δημιουργηθεί από μεγαλύτερο μέγεθος του ϵ . Η μέγιστη, η ελάχιστη, καθώς και οι ενδιάμεσες τιμές της διαμέτρου ϵ των κυλιόμενων κύκλων (ή αλλιώς τα ' ϵ -επίπεδα' του ϵ), εξαρτώνται από τη μορφολογία της εκάστοτε γραμμής και καθορίζονται πριν την εφαρμογή. Η διαδικασία λαμβάνει χώρα και στις δύο πλευρές της. Από τα παραπάνω, γίνεται φανερό ότι δημιουργούνται ϵ -κάμψεις κατά μήκος μίας γραμμής βάσει ενός σταθερού μέτρου και ότι υπάρχει μία άμεση τοπολογική σχέση μεταξύ κάμψεων και υπο-κάμψεων ή μεταξύ υπο-κάμψεων διαφορετικών επιπέδων του ϵ , η οποία είναι δυνατό να προσφέρει χρήσιμα στοιχεία στην ανάλυση της γραμμής.

Ορισμός και υπολογισμός ποσοτικών χαρακτηριστικών των ϵ -κάμψεων

Τα ποσοτικά χαρακτηριστικά των ϵ -κάμψεων είναι η διάμετρος (ϵ), το μέγεθος (A), ο δείκτης σχήματος (k) και ο δείκτης αναλογίας μήκους LR . Η διάμετρος (ϵ) είναι, ουσιαστικά, το μέγεθος της διαμέτρου του κυλιόμενου κύκλου από τον οποίο έχει προέλθει η κάμψη. Γίνεται εύκολα αντιληπτό, πως είναι κοινή για όλες τις κάμψεις κατά τη διάρκεια κάθε εφαρμογής. Ο δείκτης σχήματος και το μέγεθος των κάμψεων που δημιουργούνται εξαρτώνται από αυτή. Για τον υπολογισμό των τιμών του μεγέθους και του δείκτη σχήματος που χαρακτηρίζουν κάθε ϵ -κάμψη, φέρεται η γραμμή βάσης, η οποία ενώνει τα σημεία τομής του κύκλου και της γραμμής. Το μέγεθος μιας ϵ -κάμψης ορίζεται ως το εμβαδό (A) του πολυγώνου που δημιουργείται μεταξύ της γραμμής βάσης και της κάμψης. Το σχήμα της κάμψης μπορεί να περιγραφεί από μια αριθμητική έκφραση. Σε αυτή την έρευνα, ο δείκτης σχήματος k ορίζεται ως ο λόγος $k = \frac{L}{\sqrt{A}}$, όπου L η περιμετρος του πολυγώνου και A το εμβαδόν του. Ο δείκτης σχήματος k είναι αδιάστατος και ανεξάρτητος από το μέγεθος οποιασδήποτε επιφανειακής οντότητας. Ο Nakos (2004) επισημαίνει ότι η μικρότερη τιμή του k αντιστοιχεί στον κύκλο, ο οποίος θεωρείται ως το 'τέλειο' σχήμα και αυξάνει, όσο το σχήμα γίνεται πιο στενό και επιμήκες. Ο δείκτης ανα-

λογίας μήκους LR (Nakos&Mitropoulos 2005) έχει εισαχθεί με σκοπό τον εντοπισμό κρίσιμων σημείων κατά μήκος χαρτογραφικών γραμμών. Ορίζεται από τη σχέση $LR = \frac{L}{S}$, όπου L το ανάπτυγμα της γραμμής μεταξύ δύο σημείων τομής αυτής με κύκλο που φέρεται γύρω από κάθε κορυφή και S το μήκος της χορδής που ενώνει τα δύο σημεία τομής. Στην παρούσα έρευνα, ως L ορίζεται το ανάπτυγμα της ϵ -κάμψης και ως S η γραμμή βάσης αυτής. Μέσω του δείκτη LR ανευρίσκεται η καμπυλότητα της εκάστοτε ϵ -κάμψης, η οποία αυξάνει ανάλογα με αυτόν.

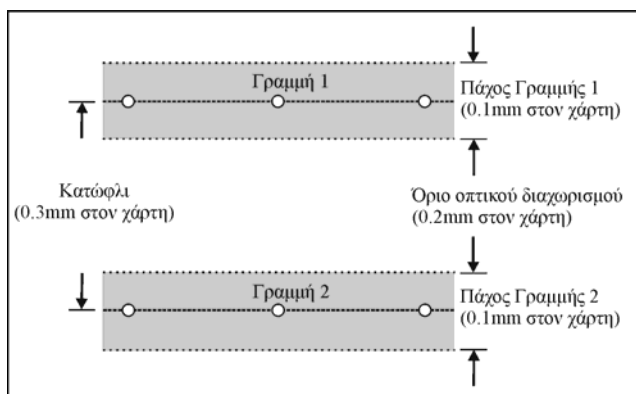
Φιλτράρισμα ανεπιθύμητων ϵ -κάμψεων

Πολλές από τις ϵ -κάμψεις που δημιουργούνται από την εφαρμογή της μεθόδου δεν είναι οπτικά εμφανείς, αφού είναι πολύ μικρές σε μέγεθος και στενές σε σχήμα. Οι κάμψεις αυτές αποτελούν, ουσιαστικά, ‘θόρυβο’ και για το λόγο αυτό αφαιρούνται μετά από μια διαδικασία φιλτράρισματος. Το φιλτράρισμα επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας το μέσο βάθος των κάμψεων σαν κριτήριο. Ως μέσο βάθος (D) ορίζεται ο λόγος μεταξύ του εμβαδού (A) του πολυγώνου που σχετίζεται με την κάμψη και του μήκους της βασικής της γραμμής (BL):

$$D = \frac{A}{BL}$$

Οι κάμψεις που αφαιρούνται χαρακτηρίζονται από μέσο βάθος μικρότερο από μία τιμή κατωφλίου. Για την εκτίμηση του κατωφλίου λαμβάνονται

υπόψη το πάχος της ψηφιακής γραμμής και το όριο οπτικού διαχωρισμού. Υποθέτοντας ότι μια ακτογραμμή παρουσιάζεται σε ένα χάρτη με μια γραμμή πάχους 0.1mm και ότι το όριο οπτικού διαχωρισμού είναι 0.2mm (Rouleau 1984), τότε ως κατάλληλη τιμή κατωφλίου ορίζονται τα 0.3mm (Σχήμα 1).



Σχήμα 1. Επιλογή κατωφλίου για το φιλτράρισμα των κάμψεων

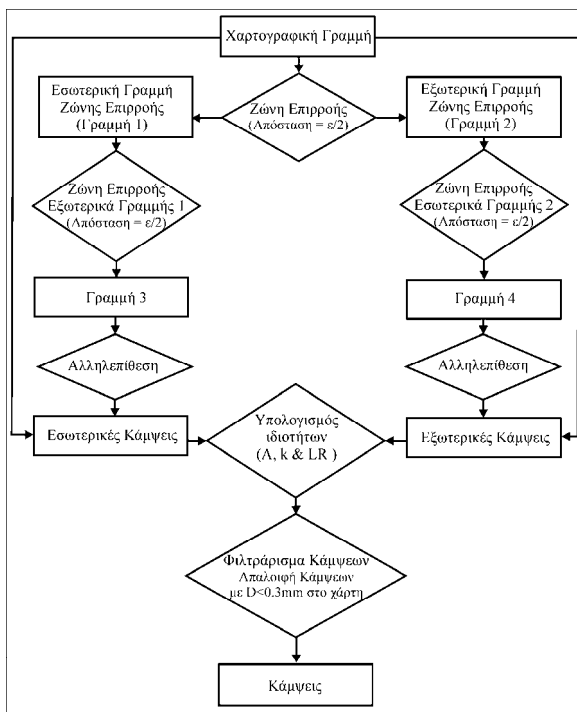
Υλοποίηση της τεχνικής του Perkal σε ηλεκτρονικό υπολογιστή

Σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή, η εφαρμογή της αναλυτικής διαδικασίας του Perkal περατώνεται χρησιμοποιώντας το λογισμικό πακέτο ArcGIS v.9.0 (© ESRI). Η διαδικασία του κυλιόμενου κύκλου επιτυγχάνεται με τη εφαρμογή της ‘ζώνης επιρροής’ (buffer) που υποστηρίζεται από το συγκεκριμένο λογισμικό. Αρχικά, δημιουργείται μία ‘ζώνη επιρροής’ γύρω από κάθε πλευρά της γραμμής, με πλάτος ίσο με το μισό της διαμέτρου ϵ του κύκλου του Perkal. Στη συνέχεια, μία νέα ‘ζώνη επιρροής’ με το ίδιο πλάτος, δημιουργείται γύρω από τα όρια της αρχικής ‘ζώνης επιρροής’. Το αποτέλεσμα

αυτής της διαδικασίας υπόκειται σε μια τυπική διαδικασία ‘αλληλεπίθεσης’ (union) με την χαρτογραφική γραμμή. Τα εσωτερικά όρια της νέας ‘ζώνης επιρροής’ τέμνουν τη γραμμή σε ορισμένες θέσεις. Τα τμήματα της γραμμής που αποκόπτονται μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων τομής είναι οι ϵ -κάμψεις. Αξίζει να σημειωθεί, ότι η μέθοδος που περιγράφηκε είναι μια ικανοποιητική προσέγγιση της τεχνικής του Perkal. Η δεύτερη ‘ζώνη επιρροής’ που εφαρμόζεται προσομοιώνει τον κυλιόμενο κύκλο και η τομή μεταξύ ‘ζώνης επιρροής’ και γραμμής αντιστοιχεί στα εφραπτόμενα σημεία του κύκλου και της γραμμής, όπως αναφέρεται στην μελέτη του Perkal (1966a). Τέλος, ορίζεται η γραμμή βάσης, η οποία συνδέει τα δύο ακραία σημεία της κάμψης (σημεία τομής κύκλου-γραμμής) και ενώνεται με την κάμψη δημιουργώντας ένα κλειστό πολύγωνο. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, τα προκύπτοντα πολύγωνα χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των ποσοτικών ιδιοτήτων των ϵ -κάμψεων. Η ίδια διαδικασία πραγματοποιείται επαναληπτικά για διαφορετικά επίπεδα μειούμενου ϵ , έτσι ώστε να εντοπιστούν υπο-κάμψεις μέσα σε κάθε κάμψη και να δημιουργηθεί η τοπολογική δομή τους. Η διαδικασία επιτυγχάνεται με την λειτουργία ‘ταύτισης’ που υποστηρίζεται από το λογισμικό πακέτο. Όλοι οι υπολογισμοί πραγματοποιούνται χρησιμοποιώντας την πλατφόρμα του περιβάλλοντος του ArcGIS. Στο Σχήμα 2 παρουσιάζεται γραφικά, ο τρόπος με τον οποίο όλη η διαδικασία υλοποιείται στο λογισμικό GIS.

Αναπαράσταση των ϵ -κάμψεων μέσω δένδρου ιεραρχικής δομής

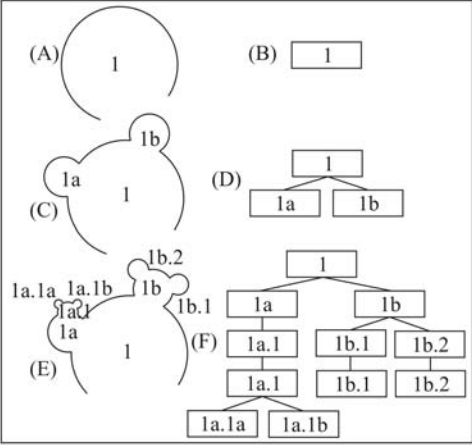
Οι ϵ -κάμψεις και υπο-κάμψεις που δημιουργούνται κατά την επαναληπτική εφαρμογή της μεθόδου, όπως περιγράφηκε παραπάνω, καθώς και η μεταξύ αυτών τοπολογική σχέση, αναπαριστώνται μέσω ενός γραφήματος δένδρου ιεραρχικής δομής. Στην προτεινόμενη δομή δένδρου χρησιμοποιείται ένα επίπεδο για κάθε διάμετρο ϵ κύκλου. Για την ίδια κάμψη, αντιστοιχούν δύο δένδρα: ένα για την εσωτερική και ένα για την εξωτερική κύλιση του κύκλου. Για την ευκολότερη κατανόηση της λειτουργίας των δένδρων ιεραρχικής δομής, παρατίθεται στο Σχήμα 3 ένα παράδειγμα δοκιμαστικής εφαρμογής. Αν η



Σχήμα 2. Υλοποίηση τεχνικής του Perkal σε ψηφιακό περιβάλλον

αρχική κύρτωση είναι ένα απλό καμπύλο τμήμα της γραμμής (Σχήμα 3A) και η διάμετρος \in του κυλιόμενου δίσκου κατάλληλη, ώστε να δημιουργείται η αντίστοιχη \in -κάμψη, τότε αυτή αναπαρίσταται από έναν απλό κόμβο του δένδρου (Σχήμα 3B). Αν στα επόμενα επίπεδα του \in ο κυλιόμενος κύκλος ‘εισέρχεται’ μέσα στην κύρτωση, τότε δεν δημιουργούνται \in -κάμψεις και επομένως, στο δένδρο δεν εμφανίζονται άλλοι κόμβοι. Στο Σχήμα 3C παρουσιάζεται περίπτωση, στην οποία η αρχική κύρτωση έχει λεπτομέρειες (υπο-κάμψεις) που δεν μπορούν να ‘ανευρεθούν’ χρησιμοποιώντας κυλιόμενους κύκλους μεγάλης διαμέτρου \in . Αυτές οι υπο-κάμψεις δημιουργούνται όταν η διάμετρος έχει τέτοιο μέγεθος, ώστε ο κύκλος να εισχωρεί στην αρχική κύρτωση, αλλά όχι και στις υπο-κύρτώσεις. Σε αυτή την περίπτωση, αν N είναι ο αριθμός των υπο-κάμψεων που δημιουργήθηκαν σε μία συγκεκριμένη μείωση της διαμέτρου, τότε ο κόμβος που αντιστοιχεί στην αρχική κάμψη γίνεται ‘γονέας’ των N κόμβων που τις αναπαριστούν (Σχήμα 3D). Αυτή η διαδικασία ‘μείωσης της διαμέτρου \in – ορισμού νέου επιπέδου δένδρου με ορατές κάμψεις’ επαναλαμβάνεται έως ότου δεν ‘ανευρίσκονται’ άλλες λεπτομέρειες των κάμψεων, γεγονός το οποίο σημαίνει πως όλοι οι κόμβοι στο τελευταίο επίπεδο του δένδρου εξελίσσονται σε γραμμικά διασυνδεδεμένες λίστες. Φυσικά, η επιλογή της διαμέτρου \in είναι αυτή που καθορίζει τις λεπτομέρειες που, κάθε φορά, ‘ανευρίσκονται’. Στο Σχήμα 3E φαίνεται μια πιο πολύπλοκη γραμμή και στο Σχήμα 3F, η αντίστοιχη δομή δένδρου.

Είναι άξιο προσοχής, ότι αν η κάμψη 1 αναπαριστάται σαν επίπεδο δένδρου 0, τότε το επίπεδο δένδρου 1 έχει δύο κόμβους που αντιστοιχούν στις δύο υπο-κάμψεις 1a και 1b. Για την επόμενη μείωση διαμέτρου, δεν παρατηρείται αλλαγή κάτω από τον κόμβο 1a. Αντίθετα, κάτω από τον κόμβο 1b δημιουργείται διακλάδωση και δύο κόμβοι, οι οποίοι αντιστοιχούν σε δύο νέες υπο-κάμψεις (1b.1 και 1b.2). Στην επόμενη μείωση διαμέτρου δεν παρουσιάζεται αλλαγή στο δένδρο, ενώ στην τελευταία, δημιουργείται μια νέα διακλάδωση κάτω από τον κόμβο 1a.1, καθώς εντοπίζονται οι υπο-κάμψεις 1a.1a και 1a.1b. Από τα παραπάνω γίνεται φανερό πως το σχήμα και τα χαρακτηριστικά του δένδρου εξαρτώνται από τα επίπεδα του \in που επιλέγονται.



Σχήμα 3. Παράδειγμα δένδρου ιεραρχικής δομής

Περιγραφή της μεθόδου απλοποίησης χαρτογραφικών γραμμών

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος απλοποίησης χαρτογραφικών γραμμών μπορεί να θεωρηθεί μία επέκταση της μεθόδου ανίχνευσης και αναπαράστασης των \in -κάμψεων, η οποία αξιοποιεί τα δεδομένα που προκύπτουν από την εφαρμογή της. Όπως αναφέρεται

παραπάνω, ο αλγόριθμος προορίζεται για ‘πραγματικού χρόνου’ και μεγάλου επιπέδου απλοποιήσεις. Η ιδέα στηρίζεται στην προεπεξεργασία της γραμμής με τη μέθοδο των ϵ -κάμψεων, την αποθήκευση της προκύπτουσας πληροφορίας και την βάσει αυτής εφαρμογή, κάθε φορά, των κατάλληλων τελεστών ανάλογα με τις απαιτήσεις. Τίθεται, λοιπόν, ως δεδομένο ότι στην υπό εξέταση γραμμή έχουν δημιουργηθεί οι ϵ -κάμψεις σε διάφορα επίπεδα του ϵ , έχουν υπολογισθεί οι ιδιότητές τους και έχουν κατασκευαστεί τα αντίστοιχα δένδρα ιεραρχικής δομής.

Βασική φιλοσοφία του αλγορίθμου είναι η ενίσχυση μέρους ή όλων των ϵ -κάμψεων των γραμμών που αποδίδονται στις γενικευμένες εκδοχές τους. Η επιλογή των ϵ -κάμψεων που διατηρούνται εξαρτάται από το επίπεδο απλοποίησης και τα προσδοκώμενα αποτελέσματα. Συγχρόνως, όμως, η γραφική αναπαράσταση της γραμμής μέσω των δένδρων ιεραρχικής δομής παρέχει τη δυνατότητα αξιολόγησης της σημαντικότητας κάθε τμήματός της και, ως εκ τούτου, πρόβλεψης των θέσεων που θα ήταν επιθυμητό να διατηρηθούν. Αξιοποιώντας αυτές τις πληροφορίες, ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί μία ανοχή για τον εντοπισμό των προς ενίσχυση ϵ -κάμψεων. Ως ανοχή ορίζεται το εμβαδόν (A) αυτών. Οι ϵ -κάμψεις, με εμβαδόν μικρότερο της ανοχής επιλέγεται να μην διατηρούνται μετά την απλοποίηση. Έχοντας επιλέξει τις θέσεις που θα αποδοθούν με μεγαλύτερη λεπτομέρεια, η γραμμή απλοποιείται μέσω του αλγορίθμου του νιοστού σημείου. Κατά την υλοποίηση του εν λόγω αλγορίθμου επιλέγεται να διατηρηθεί κάθε νιοστή κορυφή της γραμμής και οι υπόλοιπες απαλείφονται. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, η παράμετρος ν εφαρμόζεται με διαφορετικά βάρη. Οι ϵ -κάμψεις που έχουν επιλεγεί να ενισχυθούν απλοποιούνται με μικρότερο ν σε σχέση με τις υπόλοιπες, αλλά και τα σημεία της γραμμής που δεν ανήκουν σε κάποια κάμψη. Σε κάθε περίπτωση, η τιμή της παραμέτρου εξαρτάται από το βαθμό γενίκευσης και το σκοπό του χάρτη.

Δοκιμαστική Εφαρμογή

Η προτεινόμενη μέθοδος εφαρμόστηκε δοκιμαστικά στην ακτογραμμή της νήσου Περιστέρα, ένα αντιπροσωπευτικό παράδειγμα χαρτογραφικής γραμμής που αναπαριστά μία φυσική οντότητα. Η ακτογραμμή χαρακτηρίζεται από μεγάλο βαθμό πολυπλοκότητας και ανωμαλίες σχήματος, ενώ συγχρόνως, παρουσιάζει χαρακτηριστικές κάμψεις. Η ακτογραμμή ψηφιοποιήθηκε από αναλογικό χάρτη, σαρωμένο με ανάλυση 600dpi και κλίμακας 1:50.000, με μέσο βήμα ψηφιοποίησης, περίπου, 15m στο έδαφος (0,3mm στο χάρτη). Τα πρωτογενή δεδομένα καθαρίστηκαν από διπλές κορυφές, αιχμές ή βρόγχους μετά από διαδικασία καθαρίσματος και εξομαλύνθηκαν, ώστε να παραχθεί η πειραματική γραμμή, όπως προτείνεται από τον Jenks (1981). Η τελική ακτογραμμή γραμμή αποτελείται από 2415 κορυφές.

Δημιουργία των ϵ -κάμψεων και αναπαράστασή τους μέσω δένδρων ιεραρχικής δομής

Η μέθοδος εφαρμόστηκε στην ακτογραμμή υλοποιώντας επαναληπτικά, οκτώ μειού-

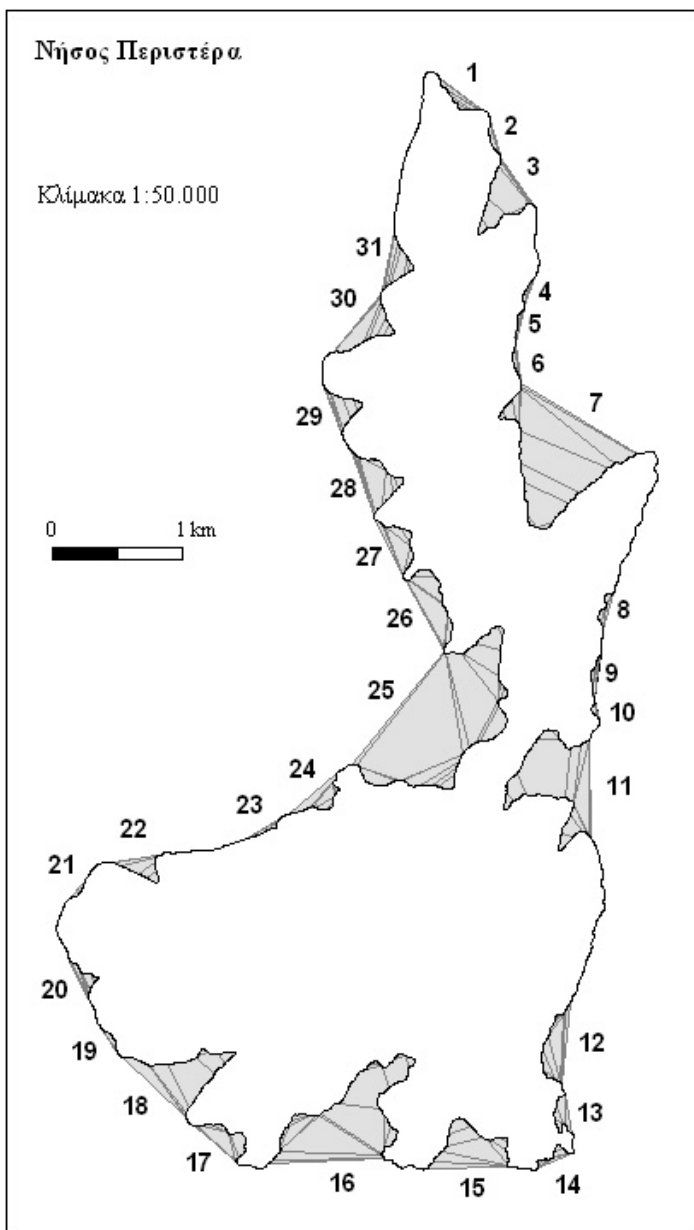
μενες τιμές της διαμέτρου ϵ : 1400, 1200, 1000, 800, 600, 400, 200 και 100m στο έδαφος (28, 24, 20, 16, 12, 8, 4 και 2mm στο χάρτη, αντίστοιχα). Για την επιλογή των επιπέδων του ϵ ελήφθησαν υπόψη η έκταση και η μορφή της ακτογραμμής. Για τιμή διαμέτρου $\epsilon=1400m$, ο θεωρητικός κυλιόμενος κύκλος εφάπτεται οριακά σε όλους τους μεγάλους κόλπους της ακτογραμμής. Έτσι, δημιουργούνται οι, δυνατόν, μέγιστες ϵ -κάμψεις. Για τιμές της διαμέτρου μεγαλύτερες των 1400m, ο κυλιόμενος κύκλος δεν εισχωρεί στις κοιλότητες της γραμμής, με αποτέλεσμα να μην παράγονται κάμψεις. Τα ενδιάμεσα επίπεδα του ϵ έχουν επιλεγεί κατάλληλα, ώστε, αφενός, να ‘ανευρίσκονται’ κάθε φορά νέες, σημαντικές κυρτώσεις της γραμμής και αφετέρου, αυτές να είναι διακριτές από τις προηγούμενες. Επίσης, οι ϵ -κάμψεις που δημιουργούνται από κυλιόμενους κύκλους διαμέτρου μικρότερης από 100m δεν είναι εμφανείς ή άξιες αναφοράς, αφού αντιστοιχούν σε πολύ μικρές ανωμαλίες της γραμμής. Για όλες τις ϵ -κάμψεις και υπο-κάμψεις υπολογίζονται οι ποσοτικές τους ιδιότητες (εμβαδό A, δείκτης σχήματος k και δείκτης αναλογίας μήκους LR). Επίσης, οι ϵ -κάμψεις που δημιουργούνται φιλτράρονται, ώστε να εξαλειφθούν εκείνες που αποτελούν ‘θόρυβο’ και να μην επηρεάσουν τα τελικά αποτελέσματα. Οι ϵ -κάμψεις που δημιουργούνται σε όλα τα επίπεδα του ϵ , πριν και μετά το φιλτράρισμα, παρουσιάζονται στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1. ϵ -κάμψεις, στα οκτώ επίπεδα του ϵ , πριν και μετά το φιλτράρισμα

ϵ (m)	1400	1200	1000	800	600	400	200	100
Αρχικές ϵ -κάμψεις	85	93	100	115	143	173	213	201
Τελικές ϵ -κάμψεις	31	31	34	37	41	46	40	26

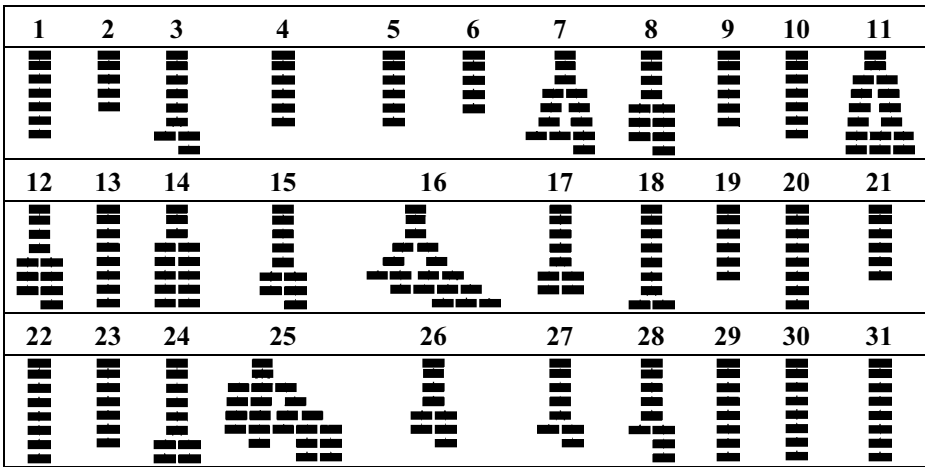
Στο Σχήμα 4 απεικονίζεται η ακτογραμμή της νήσου Περιστέρα σε κλίμακα 1:50.000, καθώς και οι ϵ -κάμψεις και υπο-κάμψεις που δημιουργήθηκαν εφαρμόζοντας την προτεινόμενη μέθοδο. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι στην παρούσα έρευνα, παρουσιάζονται και αναλύονται μόνο τα αποτελέσματα από την εφαρμογή της μεθόδου στην εξωτερική πλευρά της ακτογραμμής.

Μετά τη δημιουργία των ϵ -κάμψεων στην ακτογραμμή της νήσου Περιστέρα, δομούνται οι αντίστοιχες αναπαραστάσεις τους, μέσω των δένδρων ιεραρχικής δομής. Κάθε δένδρο αναπαριστά μία ϵ -κάμψη που έχει δημιουργηθεί από κυλιόμενο κύκλο της μέγιστης διαμέτρου ($\epsilon=1400m$) και τις υπο-κάμψεις, οι οποίες έχουν δημιουργηθεί από τις μικρότερες τιμές του ϵ που περιέχονται σε αυτή. Κάθε κόμβος του δένδρου αντιστοιχεί σε μία ϵ -κάμψη. Οι ανώτεροι κόμβοι αναπαριστούν τις κάμψεις που έχουν δημιουργηθεί από κυλιόμενο κύκλο μεγέθους $\epsilon=1400m$ και κάθε ένας από κάτω, ιεραρχικά, τις υπο-κάμψεις του. Σε κάθε κόμβο καταγράφονται το επίπεδο του ϵ και τα ποσοτικά χαρακτηριστικά των καμπυλών (μέγεθος A και δείκτες k και LR). Στο Σχήμα 5 παρουσιάζονται τα δένδρα που δημιουργήθηκαν μετά την εφαρμογή της μεθόδου στην υπό μελέτη ακτογραμμή. Η αρίθμηση των δένδρων έγινε με βάση τα αποτελέσματα της εφαρμογής της μεθόδου στο επίπεδο $\epsilon=1400m$ της ακτογραμμής. Οι αύξοντες αριθμοί των κάμψεων και των δένδρων στα Σχήματα 4 και 5 ταυτίζονται.



Σχήμα 4. Ακτογραμμή της νήσου Περιστέρα σε κλίμακα 1:50.000 και οι ε-κάμψεις που δημιουργήθηκαν από την εφαρμογή της μεθόδου

Παρατηρώντας το Σχήμα 5, γίνεται φανερό ότι μεταξύ των δένδρων ιεραρχικής δομής παρουσιάζονται σημαντικές διαφορές. Υπάρχουν δένδρα μίας στήλης (π.χ. 1, 13, 20), δένδρα που έχουν δύο ή περισσότερους κλάδους (π.χ. 11, 14, 25), δένδρα που τελειώνουν



Σχήμα 5. Τα δένδρα ιεραρχικής δομής των παραγόμενων ϵ -κάμψεων

σε διαφορετικά επίπεδα του ϵ (π.χ. 2, 20). Επίσης, μερικά από αυτά έχουν συμμετρική δομή (π.χ. 14, 18) και άλλα όχι (π.χ. 16, 25), ενώ οι κλάδοι τους αρχίζουν και τελειώνουν σε διάφορα επίπεδα του ϵ (π.χ. 16, 28). Συγκρίνοντας τα δένδρα ιεραρχικής δομής με την ακτογραμμή, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 4, φαίνεται ότι υπάρχει μία άμεση σχέση μεταξύ του σχήματος και του μεγέθους των κάμψεων και της δομής των αντίστοιχων δένδρων. Γενικά, η δομή κάθε δένδρου απεικονίζει αποτελεσματικά τη μορφή της αντίστοιχης ϵ -κάμψης.

Εξετάζοντας πιο λεπτομερώς τα Σχήματα 4 και 5, παρατηρείται πως κάμψεις που έχουν πλατιά γραμμή βάσης σε σχέση με το βάθος τους και μικρό μέγεθος (π.χ. κάμψεις 2, 5, 6, 10, 19), αντιστοιχούν σε δένδρα μίας στήλης, τα οποία δεν τελειώνουν σε χαμηλά επίπεδα του ϵ . Δένδρα μίας στήλης που εκτείνονται σε όλα τα επίπεδα του ϵ αντιστοιχούν σε μέτριες σε μέγεθος και ομαλές κάμψεις, με πλατιά γραμμή βάσης (π.χ. κάμψεις 22 και 31). Επίσης, η ύπαρξη κλάδων συνεπάγεται ανωμαλίες, ενώ η συμμετρία ή η μη-συμμετρία τους απεικονίζει τη μορφή της ανωμαλίας. Για παράδειγμα, στην κάμψη 14 δημιουργείται μία υπο-κάμψη μέχρι το επίπεδο $\epsilon=1000\text{m}$. Με την εφαρμογή κύκλου διαμέτρου $\epsilon=800\text{m}$ στο έδαφος, 'ενοπιζονται' δύο υπο-κάμψεις. Σε αυτό το επίπεδο του ϵ το δένδρο χωρίζεται σε δύο κλάδους. Επίσης, επειδή οι υπο-κάμψεις αυτές είναι ομαλές και έχουν, σχεδόν, το ίδιο μέγεθος και σχήμα, οι κλάδοι είναι συμμετρικοί και τελειώνουν στο ίδιο επίπεδο του ϵ .

Συγκρίνοντας τα μη-συμμετρικά δομημένα δένδρα (Σχήμα 5) με τις αντίστοιχες κάμψεις (Σχήμα 4), γίνεται φανερό ότι αντιστοιχούν σε μεγάλες σε μέγεθος και πολύπλοκες σε σχήμα κάμψεις (π.χ. κάμψεις 11, 16 και 25). Για παράδειγμα, το δένδρο της κάμψης 25, στο επίπεδο του $\epsilon=1000\text{m}$ στο έδαφος χωρίζεται σε τρεις κλάδους. Ο πρώτος κλάδος απεικονίζει μία μικρή σε μέγεθος και ομαλή υπο-κάμψη και τελειώνει στο επίπεδο του $\epsilon=400\text{m}$ στο έδαφος. Ο δεύτερος αντιστοιχεί σε μία ομαλή, μεγάλου μεγέθους και, μάλλον, βαθιά υπο-κάμψη. Έτσι, τελειώνει στο προτελευταίο επίπεδο του ϵ (200m στο ϵ -

δαφος). Ο τρίτος κλάδος απεικονίζει μία πολύ μεγάλου μεγέθους, πολύπλοκη και βαθειά υπο-κάμψη, η οποία περιλαμβάνει μικρότερες κυρτώσεις της γραμμής. Έτσι, δημιουργούνται δύο νέες υπο-κάμψεις, με την εφαρμογή κύκλου διαμέτρου $\epsilon=600\text{m}$ στο έδαφος, οι οποίες απεικονίζονται με δύο κλάδους στο δένδρο που εμφανίζονται στο συγκεκριμένο επίπεδο του ϵ . Με τον ίδιο τρόπο, στο επίπεδο του $\epsilon=400\text{m}$, ο ένας από τους δύο κλάδους χωρίζεται σε δύο νέους, που αντιστοιχούν σε μικρότερες ανωμαλίες της ακτογραμμής. Γίνεται φανερό πως το επίπεδο του ϵ , στο οποίο ένα δένδρο μπορεί να διακλαδωθεί, καθώς και το τελευταίο επίπεδο του ϵ του κάθε κλάδου εξαρτάται από τη μορφή των ανωμαλιών, το μέγεθος και το σχήμα της αρχικής κάμψης.

Από τα παραπάνω συμπεραίνεται πως, μέσω των δένδρων ιεραρχικής δομής, μπορεί να παρασταθεί σε ικανοποιητικό επίπεδο ο χαρακτήρας και η μορφή μιας γραμμής. Έτσι, παρατηρώντας ανεξάρτητα τη δομή ενός δένδρου, καθώς επίσης και τις καταγεγραμμένες ιδιότητες των εκάστοτε κάμψεων, είναι δυνατόν να αναλυθεί, να προβλεφθεί ή να προκαθορισθεί το σχήμα (ανωμαλίες, πολυπλοκότητα κτλ) της αντίστοιχης γραμμής. Συγχρόνως, παρέχεται η δυνατότητα εξαγωγής χρήσιμων πληροφοριών όσων αφορά τη σηματικότητα κάθε τμήματος της γραμμής (ϵ -κάμψη ή υπο-κάμψη) ως προς ολόκληρη τη γραμμή. Για παράδειγμα, κάμψεις που έχουν κόμβους σε όλα τα επίπεδα του ϵ ή αντιστοιχούν σε δένδρο μεγάλου μεγέθους και πολλών διακλαδώσεων είναι πιθανό να περιέχουν κρίσιμες θέσεις της γραμμής. Αναλύοντας αμφοτέρω, τις ιδιότητες των κάμψεων και τη δομή των δένδρων, θα μπορούσαμε να καταλήξουμε σε μια ποσοτική έκφραση του χαρακτήρα της γραμμής. Προφανώς, το τελευταίο σχόλιο χρειάζεται περεταίρω μελέτη και εκτεταμένη έρευνα.

Απλοποίηση μέσω του προτεινόμενου αλγορίθμου

Η ακτογραμμή της νήσου Περιστέρα απλοποιείται μέσω του προτεινόμενου αλγορίθμου σε τέσσερα διαφορετικά επίπεδα. Οι παράγωγες ακτογραμμές παρουσιάζονται στις ονομαστικές κλίμακες 1:100.000, 1:250.000, 1:500.000 και 1:1.000.000. Σε κάθε περίπτωση, ο αριθμός των διατηρούμενων κορυφών και κατ' επέκταση, οι ανοχές που χρησιμοποιούνται, καθορίζεται σύμφωνα με τις 'Αρχές της Επιλογής' (Törfer and Pillewizer 1966), η οποία για την περίπτωση των ακτογραμμών (γραμμικά σύμβολα ίσου πάχους) εκφράζεται από τη σχέση: $n = n_0 \frac{S}{S_0}$, όπου S_0 και n_0 η κλίμακα και ο αριθμός κορυ-

φών του αρχικού χάρτη και S και n του παράγωγου, αντίστοιχα. Η ανοχή (εμβადόν A) του προτεινόμενου αλγορίθμου, καθώς και η ανοχή (v) του αλγορίθμου του νιοστού σημείου που εφαρμόζονται σε κάθε περίπτωση παρουσιάζονται στον Πίνακα 2. Στον Πίνακα 3 παρουσιάζεται ο αριθμός των σημείων της ακτογραμμής που διατηρούνται στα τέσσερα επίπεδα απλοποίησης.

Παρατηρώντας την ακτογραμμή που παρουσιάζεται στην κλίμακα 1:100.000 (Σχήμα 6), γίνεται φανερό πως το σύνολο των ϵ -κάμψεων, καθώς και το μεγαλύτερο μέρος των υπο-κάμψεων που έχουν δημιουργηθεί στην αρχική γραμμή διατηρούνται. Παράλληλα, τόσο μέσα στις ϵ -κάμψεις, τόσο και εκτός αυτών, η γραμμή απεικονίζεται με αρκετή λεπτομέρεια. Η διαφορά με την αρχική γραμμή είναι η εξομάλυνση ορισμένων μικρών

Πίνακας 2. Ανοχές A και n που εφαρμόστηκαν κατά την εφαρμογή του προτεινόμενου αλγορίθμου

Επίπεδο Απλοποίησης	Ανοχή (A) (σε m^2)	ε-κάμψεις που ενισχύονται	Ανοχή αλγορίθμου νιοστού σημείου		Ονομαστική Κλίμακα
			ε-κάμψεις που ενισχύονται	Υπόλοιπες θέσεις	
1	11.000	23	2	2	1:100.000
2	35.000	17	6	4	1:250.000
3	80.000	9	13	7	1:500.000
4	160.000	5	15	25	1:1.000.000

κυματισμών. Η μεταβολή κλίμακας είναι αρκετά μικρή, επομένως δεν μπορούν να εξαχθούν ασφαλή συμπεράσματα για την αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου. Στην ακτογραμμή που παρουσιάζεται σε κλίμακα 1:250.000, ορισμένες από τις πολύ μικρού μεγέθους ε-κάμψεις εμφανίζονται με τα ελάχιστα σημεία ή ενώνονται με γειτονικές τους. Το βασικό σχήμα των μέσου μεγέθους ε-κάμψεων διατηρείται, ενώ αυτές που έχουν επιλεγεί να ενισχυθούν διατηρούν τη βασική τους μορφή, απαλλαγμένες από μικρούς κυματισμούς. Καθώς το επίπεδο απλοποίησης αυξάνει περισσότερες ε-κάμψεις αποδίδονται με λιγότερα σημεία, ενώ πολλές από τις μικρού μεγέθους 'εκφυλίζονται' σε γραμμές. Συνεχρώνως, οι προς ενίσχυση ε-κάμψεις απεικονίζονται με λίγα σημεία που, όμως, διατηρούν τα χαρακτηριστικά της μορφής τους. Στην κλίμακα 1:1.000.000, όπου η γραμμή απεικονίζεται με λίγα σημεία, παρατηρείται πως διατηρείται η μορφή και ο χαρακτήρας της. Το σχήμα της είναι αρκετά στρογγυλοποιημένο, ενώ απεικονίζονται οι κύριες κυρτώσεις της. Το γεγονός αυτό, ίσως, είναι και το μεγαλύτερο πλεονέκτημα του αλγορίθμου. Η δημιουργία και η επιλογή ενίσχυσης των ε-κάμψεων δημιουργεί τις κατάλληλες συνθήκες για την διατήρηση 'σιωπηλών' σημείων και κατ' επέκταση, της καμυλωτότητας της προκύπτουσας γραμμής. Θέσεις που χαρακτηρίζονται από μεγάλη λεπτομέρεια έχουν απλοποιηθεί σε μεγάλο βαθμό. Μειονέκτημα αποτελεί η διατήρηση ορισμένων μέσου μεγέθους κάμψεων, με τα ελάχιστα σημεία που αίσθηση αιχμών στη συνολική μορφή της. Η συνολική εικόνα της ακτογραμμής, όμως, παραμένει αρκετά ικανοποιητική.

Απλοποίηση μέσω των αλγορίθμων pointremove και bendsimplify - Σύγκριση αποτελεσμάτων απλοποίησης

Η ακτογραμμή της νήσου Περιστερά γενικεύεται μέσω των αλγορίθμων απλοποίησης pointremove και bendsimplify, χρησιμοποιώντας το λογισμικό ArcInfo (© ESRI v.9.1). Στόχος είναι η σύγκριση και η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων του προτεινόμενου, με αυτά που προέρχονται από δύο ευρέως διαδεδομένους αλγορίθμους. Ο αλγόριθμος απλοποίησης pointremove βασίζεται στον αλγόριθμο που επινοήθηκε από τους Douglas και Peucker (1973), με ορισμένες μικρές τροποποιήσεις. Ο αλγόριθμος bendsimplify αποτελεί μια περαιτέρω ανάπτυξη της ιδέας που παρουσιάστηκε από την Visvalingam και τον

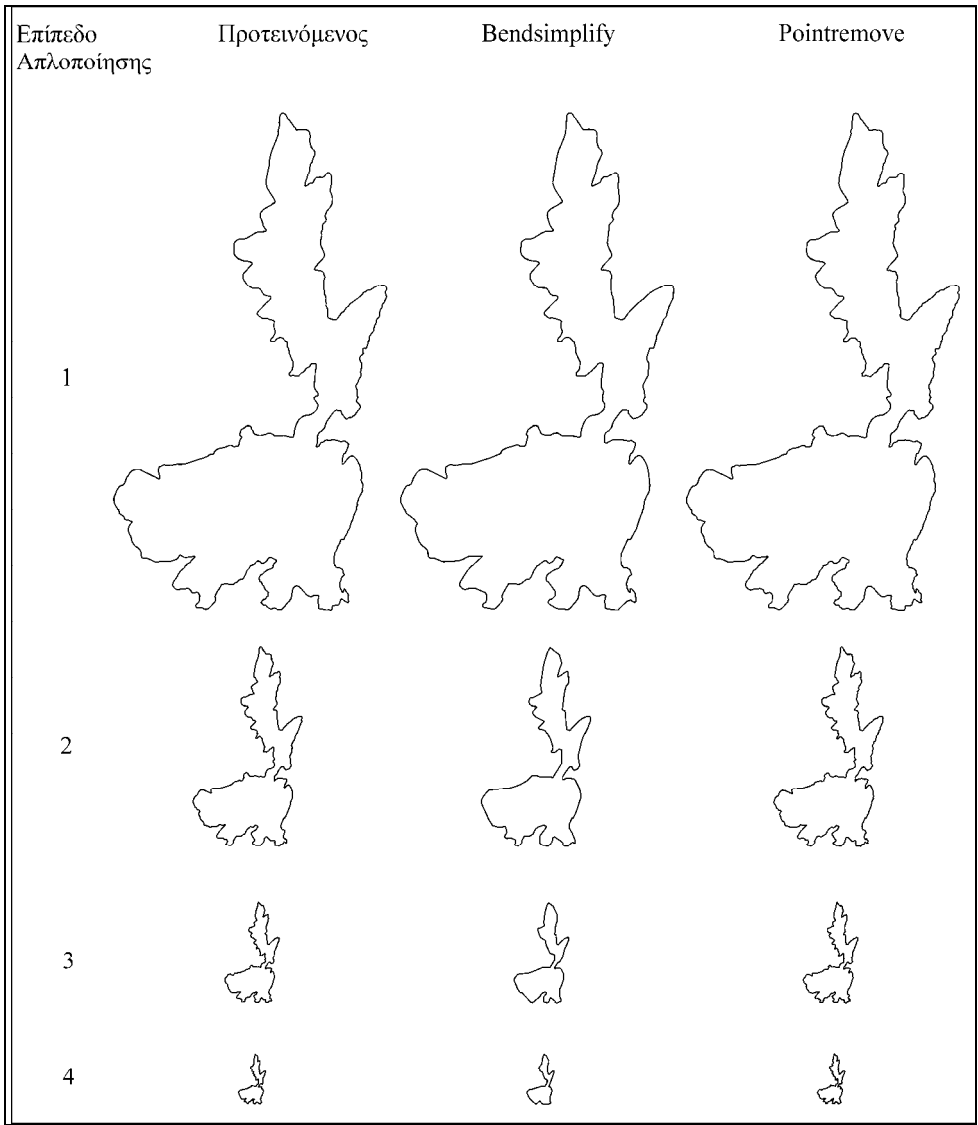
Whyatt (1993) και είναι βασισμένος στην έρευνα που επινοήθηκε από τους Wang και Müller (1998). Η ακτογραμμή απλοποιείται μέσω του εκάστοτε αλγορίθμου σε τέσσερα διαφορετικά επίπεδα, αντίστοιχα της εφαρμογής του προτεινόμενου αλγορίθμου. Και στις δύο περιπτώσεις, η τιμή των ανοχών προσδιορίζεται με βάση τον αριθμό των διατηρούμενων σημείων που καθορίζεται από τις ‘Αρχές της Επιλογής’ (Töpfer and Pillewizer 1966) και με τρόπο, ώστε οι απλοποιημένες ακτογραμμές να δομούνται από, περίπου, τον ίδιο αριθμό κορυφών και για τους τρεις αλγορίθμους, σε κάθε επίπεδο απλοποίησης. Στον Πίνακα 3 παρουσιάζεται ο αριθμός των διατηρούμενων σημείων στα τέσσερα επίπεδα απλοποίησης, για τους τρεις αλγορίθμους, ενώ στο Σχήμα 6 απεικονίζονται οι αντίστοιχες απλοποιημένες γραμμές.

Πίνακας 3. Αριθμός διατηρούμενων σημείων από τους τρεις αλγορίθμους, στα τέσσερα επίπεδα απλοποίησης

Επίπεδο Απλοποίησης	Αριθμός Διατηρούμενων Σημείων			Ονομαστική Κλίμακα
	Προτεινόμενος	Pointremove	Bendsimplify	
1	1207	1208	1208	1:100.000
2	495	483	484	1:250.000
3	262	243	247	1:500.000
4	122	122	130	1:1.000.000

Παρατηρώντας τις τρεις εκδοχές της ακτογραμμής στην κλίμακα 1:100.000 διαπιστώνεται πως δεν διαφέρουν σημαντικά. Αυτό, εν μέρει, οφείλεται στο μικρό επίπεδο απλοποίησης. Διαφαίνεται, όμως, η τάση του αλγορίθμου bendsimplify για εξομάλυνση των πολύ μικρών κυματισμών και των θέσεων πολυπλοκότητας της γραμμής. Αντίθετα, τόσο ο προτεινόμενος, όσο και ο αλγόριθμος pointremove διατηρούν μέρος των παραπάνω λεπτομερειών. Στο δεύτερο επίπεδο απλοποίησης, στην προκύπτουσα μέσω του αλγορίθμου bendsimplify ακτογραμμή, απεικονίζονται μόνο οι μεσαίου ή μεγάλου μεγέθους κυρτώσεις, ενώ οι μικρές διακυμάνσεις έχουν απαλειφθεί. Ο αλγόριθμος pointremove διατηρεί όλους τους χαρακτηριστικούς κόλπους και χερσονήσους της γραμμής, αλλά και αρκετές μικρές ανωμαλίες αυτής. Παράλληλα, θέσεις μεγάλης πολυπλοκότητας δεν απλοποιούνται ικανοποιητικά. Η γενική μορφή της ακτογραμμής που προκύπτει μέσω του προτεινόμενου πλησιάζει σε αυτή του pointremove. Υπάρχουν, όμως, ορισμένες σημαντικές διαφορές. Η γραμμή παρουσιάζεται αρκετά πιο εξομαλυσμένη, αφού πολύ μικροί κυματισμοί και ανωμαλίες της γραμμής έχουν απαλειφθεί, πλησιάζοντας στην εικόνα του bendsimplify. Παράλληλα, οι θέσεις πολυπλοκότητας της γραμμής, παρουσιάζονται περισσότερο γενικευμένες και χωρίς αιχμές, όπως συμβαίνει με τον pointremove.

Οι διαφορές στα αποτελέσματα των τριών αλγορίθμων γίνονται περισσότερο εμφανείς στα δύο τελευταία επίπεδα απλοποίησης. Στην γενικευμένη μέσω του αλγορίθμου pointremove ακτογραμμή, που παρουσιάζεται σε κλίμακα 1:500.000, παρουσιάζονται όλοι οι βασικοί κόλποι της αρχικής, διατηρείται μεγάλο μέρος των μικρών κυματισμών, θέσεις μεγάλης πολυπλοκότητας αποδίδονται με αρκετή, για την κλίμακα, λεπτομέρεια,



Σχήμα 6. Απλοποιημένες ακτογραμμές της νήσου Περιστερά σε τέσσερις παράγωγες κλίμακες

ενώ το σχήμα είναι αρκετά οξύ. Αντίθετα, ο αλγόριθμος *bendsimplify* τείνει να εξομαλύνει την τελική μορφή της γραμμής, διατηρώντας μόνο τις μεγάλες καμπύλες, απαλείφοντας ή συνενώνοντας τις υπόλοιπες. Το σχήμα της προκύπτουσας ακτογραμμής είναι αρκετά στρογγυλεμένο. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος λειτουργεί με τρόπο ενδιάμεσο των δύο. Διατηρεί όλους τους μεγάλους κόλπους που αντιστοιχούν σε μεγάλου μεγέθους ϵ -κάμψεις και εξομαλύνει τα υπόλοιπα τμήματά της. Παράλληλα, διατηρείται το βασικό σχήμα των υπό ενίσχυση κάμψεων, απαλλαγμένο από ανεπιθύμητες λεπτομέρειες. Αντί-

στοιχα συμπεράσματα προκύπτουν και από την παρατήρηση των ακτογραμμών που παρουσιάζονται σε κλίμακα 1:1.000.000.

Έχοντας ως δεδομένο πως ο προτεινόμενος αλγόριθμος είναι σχεδιασμένος για μεγάλου επιπέδου απλοποιήσεις, θα μπορούσε να συμπεραθεί πως η λειτουργία του είναι αρκετά ικανοποιητική. Το σχήμα των παραγόμενων γραμμών είναι αρκετά εξομαλυμένο και στρογγυλοποιημένο, αποδίδοντας, συγχρόνως, τους βασικούς κόλπους της αρχικής ακτογραμμής. Καλύπτει, δηλαδή, τα κύρια προτερήματα των αλγορίθμων *bendsimplify* και *pointremove*. Το σχόλιο αυτό δημιουργεί τις προϋποθέσεις για περαιτέρω βελτίωσή του.

Συμπεράσματα

Αναλογιζόμενοι πως, τα τελευταία χρόνια, η έρευνα στο πεδίο της απλοποίησης γραμμών εστιάζεται στην ανάλυση των χαρτογραφικών γραμμών σε τμήματα ομοιόμορφων χαρακτηριστικών, προτείνεται μία μέθοδος ανίχνευσης και αναπαράστασης κάμψεων κατά μήκος γραμμών. Ο τρόπος, με τον οποίο οι ϵ -κάμψεις δημιουργούνται διασφαλίζει την ιδέα της κατάτμησης της γραμμής βάσει ενός κοινού μέτρου. Κάθε ϵ -κάμψη χαρακτηρίζεται από τις ποσοτικές της ιδιότητες (A , k , LR και ϵ). Εφαρμόζοντας τη μέθοδο επαναληπτικά με σταδιακά μειούμενες διαμέτρους ϵ , δημιουργούνται εσωτερικές κάμψεις μέσα στις κάμψεις κάθε προηγούμενου επιπέδου. Ο τρόπος δημιουργίας κάμψεων και υπο-κάμψεων φανερώνει ότι μεταξύ τους υπάρχει μία άμεση τοπολογική σχέση. Οι δημιουργούμενες κάμψεις και υπο-κάμψεις, οι ιδιότητές τους και η τοπολογική τους σχέση αναπαρίστανται μέσω δένδρων ιεραρχικής δομής. Η πιλοτική εφαρμογή της μεθόδου έδειξε πως μπορεί να οπτικοποιηθεί σε πολύ ικανοποιητικό βαθμό η δομή και το σχήμα της γραμμής μέσω των δένδρων ιεραρχικής δομής. Το γεγονός αυτό, σε συνδυασμό με τις πληροφορίες που κάθε δένδρο εμπεριέχει, μπορεί να τα μετατρέψει σε ένα αποτελεσματικό ‘εργαλείο’ ανάλυσης των χαρτογραφικών γραμμών. Είναι δυνατό να εξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα σχετικά με την σημαντικότητα κάθε τμήματος ως προς ολόκληρη τη γραμμή και, κατ’ επέκταση, να εντοπισθούν κρίσιμες θέσεις της γραμμής. Η ποσοτική έκφραση του χαρακτήρα της γραμμής μέσω της ανάλυσης της πληροφορίας που περιέχεται στα δένδρα αποτελεί μελλοντικό ερευνητικό στόχο. Μία εφαρμογή των δεδομένων που προκύπτουν από την παραπάνω διαδικασία είναι ο προτεινόμενος αλγόριθμος απλοποίησης. Η δομή του στηρίζεται στην διατήρηση των ϵ -κάμψεων που έχουν ήδη δημιουργηθεί, ενώ οι ανοχές που, κάθε φορά, τίθενται καθορίζονται από τις προϋπολογισμένες ιδιότητές τους. Τα αποτελέσματα της πιλοτικής εφαρμογής του είναι αρκετά ικανοποιητικά, κυρίως για περιπτώσεις μεγάλου επιπέδου γενίκευσης, γεγονός που ενισχύεται και από τη σύγκρισή τους με αυτά που προέρχονται από δύο ευρέως διαδεδομένους αλγορίθμους απλοποίησης. Η δομή και η λειτουργία του αλγορίθμου δεν έχουν ακόμη τελειοποιηθεί, και έρευνα σε θέματα, όπως, η χρήση των ποσοτικών ιδιοτήτων k και LR των ϵ -κάμψεων για τον καθορισμό της εφαρμοζόμενης ανοχής ή η περαιτέρω εξομάλυνση των διατηρούμενων ϵ -κάμψεων θεωρείται απαραίτητη.

Βιβλιογραφία

- Attneave, F. 1954. "Some Informational Aspects of Visual Perception." *Psychological Review*, 61(3): 183-193.
- Buttenfield, B. 1989. "Scale-Dependence and Self-Similarity in Cartographic Lines." *Cartographica*, 26(1): 79-99.
- Douglas, D.H, and Peucker, T.K. 1973. "Algorithms for the Reduction of the Number of Points Required to Represent a Digitized Line or Its Caricature." *The Canadian Cartographer*, 10(2): 112-122.
- Dutton, G. 1999. "Scale, Sinuosity and Point Selection in Digital Line Generalization." *Cartography and Geographic Information Science*, 26(1): 33-53.
- Jenks, G.F. 1981. "Lines, Computers, and Human Frailties." *Annals of the Association of American Geographers*, 71(1): 1-10.
- Marino, J.S. 1979. "Identification of Characteristic Points Along Naturally Occurring Lines/ An Empirical Study." *The Canadian Cartographer*, 16(1): 70-80.
- Nakos, B. 2004. "The SP-Displacement Measure for Assessing Line Simplification." *Spatial Science*, 49(1): 1-11.
- Nakos B., Mitropoulos V. 2005. "Critical point detection using the Length Ratio (LR) for line generalization." *Cartographica* 40/3: 35-51
- Perkal, J., 1966a. "On the Length of Empirical Curves." Discussion Paper 10. Department of Geography, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan.
- Perkal, J., 1966b. "An Attempt at Objective Generalization." Discussion Paper 10. Department of Geography, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan.
- Rouleau, B., 1984. "Theory of Cartographic Expression and Design". In *Basic Cartography for Students and Technicians*, (Vol.1), International Cartographic Association, Hampshire, pp. 81-111.
- Töpfer, F. and Pillewizer, W. (1966). "The Principles of Selection." *The Cartographic Journal*, 3(1): 10-16.
- Visvalingam, M., and Whyatt, J.D. 1993. "Line Generalisation by Repeated Elimination of Points." *The Cartographic Journal*, 30(1): 46-51.
- Wang, Z., and Müller, J.-C. 1998. "Line Generalization Based on Analysis of Shape Characteristics." *Cartography and Geographic Information Systems*, 25(1): 3-15.