



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

## **ΤΙΤΛΟΣ ΕΡΓΟΥ**

**«ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΥ ΚΡΙΣΙΜΩΝ  
ΣΗΜΕΙΩΝ ΧΑΡΤΟΓΡΑΦΙΚΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ»**

## **ΤΕΛΙΚΗ ΕΚΘΕΣΗ ΠΡΟΟΔΟΥ**

**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ ΒΑΣΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ ΕΜΠ  
‘ΠΡΩΤΑΓΟΡΑΣ’**

**ΑΘΗΝΑ ΙΟΥΝΙΟΣ 2006**

# ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ ΒΑΣΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ ΕΜΠ ‘ΠΡΩΤΑΓΟΡΑΣ’

## ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

### 1. ΓΕΝΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ:

#### 1.1 Τίτλος:

«Ανάπτυξη μεθόδων εντοπισμού κρίσιμων σημείων χαρτογραφικών γραμμών»

#### 1.2 Επιστημονική Περιοχή:

«Χαρτογραφική γενίκευση»

### 2. ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΕΡΓΟΥ:

2.1 Ονοματεπώνυμο: Βύρωνας Νάκος

2.2 Ιδιότητα-Θέση: Αναπληρωτής Καθηγητής

2.3 Σχολή ΕΜΠ: Αγρονόμων Τοπογράφων Μηχανικών

2.2 Επικοινωνία:

Τηλ.: 772-2733      Fax: 772 2734      email: [bnakos@central.ntua.gr](mailto:bnakos@central.ntua.gr)

### 3. ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ - ΔΙΑΡΚΕΙΑ:

3.1 Συνολικό κόστος έργου:                      10,000.00                      €

3.2 Χρονική διάρκεια έργου:                      24    μήνες

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b>	1
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1</b>	2
1.1 Βιβλιογραφική ανασκόπηση	2
1.2 Στόχοι της έρευνας	8
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2</b>	10
2.1 Περιγραφή της μεθόδου εντοπισμού κρίσιμων σημείων κατά μήκος χαρτογραφικών γραμμών μέσω του δείκτη αναλογίας μήκους LR	10
2.1.1 Ορισμός δείκτη αναλογίας μήκους LR	10
2.1.2 Ορισμός μεγέθους ακτίνας κύκλου R	12
2.1.3 Ταξινόμηση τιμών του δείκτη LR και ορισμός ορίου επιλογής	14
2.1.4 Σύγκριση δείκτη LR με ‘μέτρο ημιτονικότητας’ του Dutton	15
2.1.5 Ορισμός δεικτών LLR και ALR	16
2.2 Περιγραφή της μεθόδου δημιουργίας και αναπαράστασης $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών κατά μήκος χαρτογραφικών γραμμών	17
2.2.1 Θεωρητική αναφορά	17
2.2.2 Ορισμός $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών	18
2.2.3 Προτεινόμενη μέθοδος	18
2.2.4 Υλοποίηση της τεχνικής του Perkal σε ηλεκτρονικό υπολογιστή	20
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3</b>	22
3.1 Εφαρμογή μεθόδου εντοπισμού κρίσιμων σημείων κατά μήκος χαρτογραφικών γραμμών μέσω του δείκτη LR	22
3.1.1 Σύγκριση με σχετικές μελέτες	22
3.1.2 Πιλοτική εφαρμογή	27
3.1.3 Σύγκριση δύο αλγορίθμων απλοποίησης γραμμών	30
3.2 Εφαρμογή μεθόδου δημιουργίας και αναπαράστασης $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών κατά μήκος χαρτογραφικών γραμμών	36
3.2.1 Πιλοτική εφαρμογή	36
3.2.1.1 Ανάλυση των ιδιοτήτων των καμπυλών	37
3.2.1.2 Αναπαράσταση των $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών μέσω δένδρων ιεραρχικής δομής	40
3.3 Συσχέτιση αποτελεσμάτων της εφαρμογής των δύο προτεινόμενων μεθόδων	46
<b>ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ</b>	48
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b>	51
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α</b>	
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β</b>	

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η παρούσα έρευνα εστιάζεται στο πεδίο της απλοποίησης χαρτογραφικών γραμμών. Πιο συγκεκριμένα, πραγματεύεται δύο από τις πιο βασικές του έννοιες, αυτές των κρίσιμων σημείων και της κατάτμησης των γραμμικών οντοτήτων. Αρχικά, παρουσιάζεται μια ανασκόπηση των μελετών που έχουν πραγματοποιηθεί, με αντικείμενο τα κρίσιμα σημεία. Δίδεται ο ορισμός τους, αναδεικνύεται η σημασία τους στη διαδικασία χαρτογραφικής γενίκευσης, ενώ, παράλληλα, παρουσιάζονται μέθοδοι ανίχνευσής τους, τόσο στα πλαίσια της χαρτογραφίας, όσο και στην επιστήμη της πληροφορικής. Με βάση την έννοια των κρίσιμων σημείων, ακολουθεί μια θεωρητική αξιολόγηση των υφιστάμενων αλγορίθμων απλοποίησης γραμμών. Όπως προκύπτει από τη βιβλιογραφία, οι ανεπάρκειες των υπαρχόντων μεθόδων οδηγούν τους μελετητές στην αναζήτηση νέων τρόπων διερεύνησης της δομής των χαρτογραφικών γραμμών. Μία από τις καινοτόμες ιδέες που ερευνώνται είναι η ανάλυσή τους σε ξεχωριστά τμήματα, ομοιόμορφων χαρακτηριστικών.

Στην παρούσα έρευνα παρατίθενται δύο μεθοδολογίες που αναφέρονται στα δύο παραπάνω ζητούμενα. Η δομή και η αξιολόγησή τους αναπτύσσεται στο κύριο τμήμα του κειμένου. Η πρώτη αφορά σε μία μέθοδο εντοπισμού των κρίσιμων σημείων χαρτογραφικών γραμμών. Η διαδικασία περατώνεται με τη βοήθεια του προτεινόμενου δείκτη αναλογίας μήκους LR, ο οποίος βασίζεται σε γεωμετρικές αρχές. Στο κείμενο, ο δείκτης ορίζεται, ενώ, συγχρόνως, παρουσιάζονται και οι παράμετροι λειτουργίας του. Η δεύτερη στόχο έχει τη δημιουργία καμπυλών κατά μήκος γραμμών, δηλαδή τμημάτων δομημένων με βάση κοινά χαρακτηριστικά τους. Δίδεται ο ορισμός των  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών, όπως ονομάζονται, και καθορίζονται οι ποσοτικές ιδιότητές τους. Παράλληλα, παρουσιάζεται ένας τρόπος αναπαράστασης των καμπυλών και της τοπολογικής τους σχέσης μέσω δένδρων ιεραρχικής δομής.

Η μέθοδος εντοπισμού κρίσιμων σημείων, αρχικά, εφαρμόζεται σε τέσσερις γραμμές (τρεις γεωμορφολογικές και μία αυθαίρετη), οι οποίες επιλέχθηκαν από δύο σχετικές με το αντικείμενο μελέτες, προκειμένου να ελεγχθεί και να αξιολογηθεί με βάση εκ των προτέρων γνωστά κρίσιμα σημεία. Στη συνέχεια, η μέθοδος εφαρμόζεται πιλοτικά στην ακτογραμμή της νήσου Περιστερά που παρουσιάζεται σε κλίμακα 1:50.000 και τα αποτελέσματα αναλύονται. Τέλος, ο δείκτης LR χρησιμοποιείται για να συγκριθούν τα αποτελέσματα της εφαρμογής σε πέντε διαδοχικά σενάρια γενίκευσης, δύο αλγορίθμων απλοποίησης γραμμών (pointremove και bendsimplify). Η μέθοδος δημιουργίας καμπυλών, αρχικά, εφαρμόζεται στην ακτογραμμή της νήσου Περιστερά κλίμακας 1:50.000 και στη συνέχεια, σε τέσσερις γενικευμένες εκδοχές αυτής, οι οποίες προέρχονται από ψηφιοποίηση χαρτών κλίμακας 1:100.000, 1:250.000, 1:500.000 και 1:1.000.000. Οι παραγόμενες καμπύλες αξιολογούνται και σχολιάζονται με βάση τη μορφή και τις ποσοτικές τους ιδιότητες. Επίσης, δημιουργείται η αναπαράσταση των καμπυλών μέσω δένδρων ιεραρχικής δομής, τα οποία και ερμηνεύονται. Στο τελευταίο στάδιο της έρευνας παρουσιάζεται μία σύγκριση των αποτελεσμάτων των δύο προτεινόμενων μεθοδολογιών, που σκοπό έχει τη συσχέτιση των θέσεων που εντοπίζονται τα κρίσιμα σημεία με τις  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## 1.1 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Ένας χάρτης αποτελεί μία υπό κλίμακα αναπαράσταση χωρικών φαινομένων. Ο όρος 'υπό κλίμακα' είναι το στοιχείο εκείνο που χαρακτηρίζει τη χαρτογραφική διαδικασία και ουσιαστικά, καθορίζει (σε συνδυασμό με το θέμα και το αναγνωστικό κοινό του χάρτη) το επίπεδο πληροφορίας που απεικονίζεται. Αν και η 'ένα προς ένα' καταγραφή της πραγματικότητας είναι πρακτικά αδύνατη, η συλλογή πληροφορίας, στις μέρες μας, μέσω διαφόρων μεθόδων (π.χ. μετρήσεις υπαίθρου, αεροφωτογραφίες, δορυφορικές εικόνες, παλαιότεροι χάρτες, χάρτες μεγαλύτερης κλίμακας κτλ), προσφέρει στο χαρτογράφο ένα πλήθος πρωτογενούς υλικού. Το πρωτογενές αυτό υλικό πρέπει να μετατραπεί σε δεδομένα χρήσιμα για τη σύνθεση του εκάστοτε χάρτη. Παράλληλα, οι σύγχρονες απαιτήσεις και εφαρμογές απαιτούν την παραγωγή χαρτών σε μια ποικιλία δεδομένων και λεπτομερειών.

Οι χαρτογράφοι στην προσπάθειά τους να διαχειριστούν τον τεράστιο όγκο πληροφορίας, αλλά και να καλύψουν τις απαιτήσεις παραγωγής, προσανατολίζονται στη δημιουργία χαρτών μεγάλης κλίμακας, οι οποίοι θα λειτουργούν ως 'πρωτογενές υλικό' για τη σύνθεση παράγωγων χαρτών. Στόχος, δηλαδή, είναι η δημιουργία ορθά σχεδιασμένων χαρτών, οι οποίοι θα αποτελούν μια έγκυρη 'βάση' παραγωγής νέων, σε μικρότερη κλίμακα, που θα εξυπηρετούν τις εκάστοτε ανάγκες. Σε κάθε περίπτωση, γίνεται φανερό πως η χαρτογραφική γενίκευση, δηλαδή, 'η επιλεγμένη και απλοποιημένη αναπαράσταση των λεπτομερειών που είναι κατάλληλες ως προς την κλίμακα και το σκοπό του χάρτη' (ICA, 1973), αποτελεί πρωτεύουσα σημασίας λειτουργία στη σύγχρονη χαρτογραφία.

Η απλοποίηση γραμμών θεωρείται το κύριο μέρος της χαρτογραφικής γενίκευσης. Και τούτο, αφού, περίπου, το 80% των δεδομένων που περιέχει ένας χάρτης απεικονίζεται με γραμμικές παραστάσεις (δρόμοι, ακτογραμμές, ποτάμια, σύνορα κτλ). Η 'ορθή' απεικόνιση γραμμικών φαινομένων μέσω ενός χάρτη απαιτεί πολύπλευρη προσέγγιση, τόσο από θεωρητική, όσο και από πρακτική σκοπιά. Θέτοντας ως βάση τον τρόπο και τις διαδικασίες οπτικής αντίληψης, ο χαρτογράφος, οφείλει να δημιουργήσει μια αναπαράσταση του φαινομένου, λειτουργικά έγκυρη και οπτικά αποδεκτή από τον αναγνώστη.

Η γενίκευση χαρτογραφικών γραμμών θεωρείται ως μία από τις πιο πολύπλοκες χαρτογραφικές διαδικασίες, εξαιτίας της εξάρτησής της από παράγοντες, όπως το επίπεδο απλοποίησης, ο σκοπός του χάρτη και ο χαρακτήρας της χαρτογραφικής γραμμής. Οι χαρτογράφοι πρέπει να λαμβάνουν υπόψη όλους αυτούς τους παράγοντες για να περατώσουν ορθά μια διαδικασία απλοποίησης. Στην προσπάθειά τους να ικανοποιήσουν τους παραπάνω παράγοντες, ακολουθούν μια ολιστική διαδικασία όταν γενικεύουν χειροκίνητα μια γραμμή. Εξετάζουν τη γραμμή, τόσο σε καθολικό, όσο και σε τοπικό επίπεδο. Σκοπός είναι η εκτίμηση του πώς η απαλοιφή ή η διατήρηση κάθε χαρακτηριστικού της γραμμής μπορεί να επηρεάσει τις γειτονικές αυτού θέσεις, αλλά και ολόκληρη τη γραμμή. Η διαδικασία λαμβάνει χώρα συνεχόμενα και επαναληπτικά, καθώς η απλοποίηση γραμμής εξελίσσεται.

Ένα άλλο χαρακτηριστικό της χειροκίνητης απλοποίησης γραμμικών οντοτήτων είναι η υποκειμενικότητα της διαδικασίας. Οι χαρτογράφοι χρησιμοποιούν προσωπικά, λογικά και αισθητικά κριτήρια για να συνθέσουν μια γενικευμένη γραμμή. Παρόλα αυτά έρευνες έχουν δείξει πως υπάρχει ένας γενικός κανόνας που καθορίζει τον τρόπο επιλογής των θέσεων που θα διαμορφώσουν την γενικευμένη γραμμή. Η Magino (1979) παρουσίασε μια εμπειρική μελέτη, προσπαθώντας να προσδιορίσει πώς οι χρήστες των χαρτών συλλέγουν θέσεις που διαμορφώνουν τις γενικευμένες γραμμές. Στην έρευνά της, σε ένα σύνολο χαρτογράφων και μη-χαρτογράφων δόθηκαν έξι γραμμές, απεικονίσεις φυσικά ιστάμενων οντοτήτων, διαφορετικού μορφολογικού χαρακτήρα. Ζητήθηκε να επιλέξουν τα σημεία που

θεωρούν κατάλληλα και αναγκαία, ώστε οι γραμμές να διατηρούν το χαρακτήρα τους. Η διαδικασία έλαβε χώρα σε τρία επίπεδα γενίκευσης και ο αριθμός των προς διατήρηση σημείων ήταν κάθε φορά συγκεκριμένος. Η στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων οδήγησε σε τρία βασικά συμπεράσματα: (i) εμφανίζεται ταύτιση απόψεων μεταξύ χαρτογράφων και μη χαρτογράφων, (ii) τα σημεία που επιλέγονται βρίσκονται σε θέσεις μέγιστης μεταβολής της κλίσης της γραμμής και (iii) η διατήρηση των σημείων ιεραρχικά και στις τρεις αλλαγές κλίμακας αναδεικνύει τη σημασία που από τη φύση τους αυτά έχουν στον καθορισμό του χαρακτήρα της γραμμής.

Τα αποτελέσματα της έρευνας της Marino επιβεβαιώνουν τις ιδέες του Attneave γύρω από την οπτική αντίληψη. Σε μια μελέτη διευκρίνισης διαφόρων αρχών της οπτικής αντίληψης στο πεδίο της θεωρίας της πληροφορίας, ο Attneave (1954) αναφέρει ότι κατά τη διάρκεια παρατήρησης ενός αντικειμένου, ο ανθρώπινος εγκέφαλος δέχεται ένα τεράστιο αριθμό ερεθισμάτων, τα οποία μεταφέρουν μια αντίστοιχα μεγάλη ποσότητα πληροφορίας. Η πληροφορία αυτή, λόγω του όγκου της είναι αδύνατο να αποθηκευτεί και να χρησιμοποιηθεί, ενώ συγχρόνως, ένα ελάχιστο μόνο μέρος της απαιτείται για την κατανόηση του αντικειμένου ως τη συγκεκριμένη-ξεχωριστή οντότητα. Ο ανθρώπινος εγκέφαλος πραγματοποιεί ένα σύνολο ενεργειών (συνειδητών ή μη), με τις οποίες η περίσσεια διέγερσης απομακρύνεται και η εισερχόμενη πληροφορία περιγράφεται και κωδικοποιείται, ώστε να διατηρηθεί η ελάχιστη απαραίτητη. Η μεταξύ άλλων, βασική αρχή (υπόθεση), βάση της οποίας ολοκληρώνεται η παραπάνω διαδικασία είναι ότι: η πληροφορία συγκεντρώνεται κατά μήκος του περιγράμματος και ειδικότερα, σε εκείνα τα σημεία, όπου η διεύθυνση μεταβάλλεται περισσότερο. Ο Attneave (1954) τονίζει ότι: ‘αντικείμενα μπορούν να αναπαρασταθούν με μεγάλη οικονομία και πιστότητα, αντιγράφοντας τα σημεία, στα οποία το περίγραμμά τους αλλάζει κατεύθυνση κατά το μέγιστο και ενώνοντας αυτά τα σημεία με κατάλληλο τρόπο με μια ευθεία’ (Attneave 1954, σελ. 185). Ο Attneave (1954) καταλήγει στο συμπέρασμα, πως τα σημεία (θέσεις) που διαμορφώνουν το σχήμα ενός γραφικού αντικειμένου, μπορούν να διαχωριστούν ποιοτικά, ανάλογα με την ποσότητα πληροφορίας που παρέχουν στον παρατηρητή. Θέσεις που μεταφέρουν υψηλή ποσότητα πληροφορίας θεωρούνται χαρακτηριστικές και είναι ικανές από μόνες τους να περιγράψουν και να χαρακτηρίσουν το απεικονιζόμενο σχήμα και διαχωρίζονται από τις υπόλοιπες (πλεονάζουσες). Η αρχή αυτή που διατύπωσε ο Attneave βρίσκει εφαρμογή τόσο στο πεδίο της χαρτογραφίας όσο και στην επιστήμη της πληροφορικής. Στην βιβλιογραφία της πρώτης τα χαρακτηριστικά σημεία συναντώνται ως ‘κρίσιμα σημεία’ και αντίστοιχα, της δεύτερης ως ‘κυρίαρχα σημεία’.

Ο Freeman (1978) καταλήγει, στον ορισμό του για τα κρίσιμα σημεία μιας ψηφιακής γραμμής, πως αυτά εντοπίζονται στα: (i) μέγιστα και ελάχιστα της καμπυλότητας, (ii) σημεία τέλους ανοικτών γραμμών, (iii) σημεία τομής, (iv) σημεία επαφής, (v) σημεία καμπής, (vi) ασυνέχειες της καμπυλότητας.

Κατά τους Hoffman και Richards (1982): ‘Τα κρίσιμα σημεία που έχουν εντοπιστεί με την εύρεση των μέγιστων, των ελάχιστων και των μηδενισμών της καμπυλότητας παραμένουν σταθερά σε μετασχηματισμό στροφής, μετάθεσης και ομοιόμορφης κλίμακας.’

Ο Jenks (1981), αναφέρει πως σε κάθε γραμμή υπάρχουν σημεία ‘υψηλής σημασίας’, τα οποία καθορίζουν τη γεωγραφική διαμόρφωσή της. Στην παραδοχή αυτή στηρίζεται το γεγονός ότι ‘ένα αραιό, αλλά προσεκτικά επιλεγμένο σύνολο σημείων μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη δημιουργία μιας πιστής αναπαράστασης κάθε γραμμής’ (Jenks 1981, σελ. 4). Ο Jenks διακρίνει δύο κατηγορίες χαρακτηριστικών σημείων: (i) Σημεία, όπου υπάρχουν σημαντικές οικονομικές, πολιτικές κτλ δραστηριότητες. Η επιλογή των σημείων αυτών εξαρτάται από τον σκοπό και το περιεχόμενο του χάρτη. (ii) Σημεία φυσικά, ενδιαφέροντα ή βασικά για τη δομή της γραμμής. Τα σημεία αυτά δίνουν στη γραμμή την

ξεχωριστή ή χαρακτηριστική μορφή της. Η θέση τους σχετίζεται με αλλαγές στην κλίση (κατεύθυνση) της γραμμής ή μεγάλους ‘κυματισμούς’ της.

Σε μία μελέτη, η οποία σκοπό έχει τη σύγκριση τριών αλγορίθμων απλοποίησης μέσω μαθηματικών, αλλά και εμπειρικών κριτηρίων, η White (1985) καταλήγει σε αντίστοιχα συμπεράσματα με την Magino. Σημαντικά στοιχεία που προκύπτουν από την έρευνα είναι ότι: (i) Εμφανίζεται μια ιεραρχία κατά τη διαδικασία επιλογής σημείων από τους ερωτηθέντες. Ορισμένα θεωρούνται ‘περισσότερο κρίσιμα’ ή ‘περισσότερο ενδιαφέροντα’ από άλλα και επιλέγονται περισσότερο. (ii) Υπάρχουν ελάχιστες διαφορές στα σημεία που επιλέγουν χαρτογράφοι και μη χαρτογράφοι. Οι όποιες διαφορές έχουν να κάνουν με την αντίληψη του παρατηρητή και στην συγκεκριμένη περίπτωση στο ότι οι πρώτοι εντοπίζουν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των γραμμών.

Στην ψηφιακή χαρτογραφία, η έννοια των κρίσιμων σημείων περιλαμβάνεται στο εννοιολογικό πλαίσιο των αλγορίθμων απλοποίησης γραμμών. Η λειτουργία της πλειοψηφίας των αλγορίθμων στηρίζεται στην ανάλυση της δομής των χαρτογραφικών γραμμών μέσω γεωμετρικών κριτηρίων (μήκος, κάθετη απόσταση, γωνιακή μεταβολή, επιφανειακή μετάθεση κτλ), καθώς επίσης και σε δεσμεύσεις που τίθενται από τον χρήστη, ανάλογα με το βαθμό απλοποίησης και το σκοπό του χάρτη. Σύμφωνα με μία κατηγοριοποίηση των αλγορίθμων που παρουσιάζει ο Li (1995), οι περισσότεροι από αυτούς χαρακτηρίζονται ως ‘πολυγωνικής προσέγγισης’. Η χαρτογραφική έρευνα στο αντικείμενο της γενίκευσης των γραμμών έχει στηριχθεί από καιρό στη θεωρία του Atneave, υιοθετώντας την έννοια των κρίσιμων σημείων προκειμένου να αξιολογηθούν ποιοτικά οι διαδικασίες απλοποίησης. Αντίθετα, η ποσοτική αξιολόγηση οποιουδήποτε αλγορίθμου απλοποίησης γραμμών μπορεί να πραγματοποιηθεί με τη χρησιμοποίηση διάφορων ποσοτικών κριτηρίων, όπως τα μαθηματικά μέτρα που προτείνονται από τον McMaster (1986). Μετά από πλήθος εφαρμογών, αρκετοί αλγόριθμοι θεωρούνται ικανοποιητικοί. Εντούτοις, υπάρχουν ακόμα μερικές ερωτήσεις που αξίζει να διερευνηθούν σε περισσότερο βάθος: Είναι οι δύο γραμμές πριν και μετά την απλοποίηση οπτικά παρόμοιες; Είναι οι παράγωγες γραμμικές απεικονίσεις οπτικά και αισθητικά ‘ορθές’ και αποδεκτές από τους αναγνώστες; Τα διατηρημένα σημεία είναι πραγματικά κρίσιμα;

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, κατά τη διαδικασία χειροκίνητης απλοποίησης, ο χαρτογράφος εξετάζει τη σημαντικότητα της εκάστοτε θέσης ως προς το σύνολο της γραμμής, αλλά και ως προς τα επιμέρους τμήματά της. Αξιολογεί, δηλαδή, τις πληροφορίες που το εκάστοτε σημείο του παρέχει για τη διατήρηση του βασικού σχήματός της, συναρτήσει των προσδοκώμενων αποτελεσμάτων, του βαθμού γενίκευσης, καθώς και της μορφής αυτής. Η πολυπλοκότητα της παραπάνω διαδικασίας συνιστά σημαντικές δυσκολίες στη δημιουργία ενός μοντέλου αυτοματοποιημένης ολοκλήρωσής της. Σε αυτό έρχεται να προστεθεί και το ‘πρόβλημα’ της καταγραφής, διαχείρισης και απόδοσης συνεχών χωρικών φαινομένων, όπως είναι οι χαρτογραφικές γραμμές, μέσω απεικονίσεων διανυσματικής (vector) δομής σε ψηφιακό περιβάλλον. Οι χαρακτηριστικές, φυσικές και γεωμετρικές ιδιότητες των γραμμικών οντοτήτων, όπως η συνέχεια, η καμπυλότητα κτλ, ‘χάνονται’ στο περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή. Αυτή η ασυμβατότητα μεταξύ πραγματικότητας και αναπαράστασης της χαρτογραφικής γραμμής δημιουργεί σημαντικά προβλήματα στην αντίληψή της από τον εκάστοτε χρήστη του χάρτη.

Σύμφωνα με έρευνα της Buttenfield (1989), οι χαρτογραφικές γραμμές, ανάλογα με τη γεωμορφολογική φύση και το χαρακτήρα τους, ‘συμπεριφέρονται’ διαφορετικά κατά τη διαδικασία απλοποίησης. Οι γραμμικές οντότητες μπορούν να διαχωρισθούν σε εκείνες που η δομή τους μεταβάλλεται με τη μείωση της κλίμακας (‘εξαρτώμενες κλίμακας’) και σε εκείνες που δεν μεταβάλλεται (‘ανεξάρτητες κλίμακας’). Έτσι, δεν μπορεί να διατυπωθεί ένας γενικός κανόνας σχετικά με το ‘ποια’ σημεία πρέπει να επιλέγονται κατά τη διαδικασία απλοποίησης. Η μηχανική λειτουργία των αλγορίθμων δεν παρέχει τη

δυνατότητα επιλεκτικής εφαρμογής των κανόνων εντοπισμού, αλλά και προεπισκόπησης της οπτικής ποιότητας των αποτελεσμάτων. Ένα τέτοιο συμπέρασμα μπορεί να διαφανεί μέσω της έρευνας της White (1985), όπου λιγότερα από τα μισά κρίσιμα σημεία που επιλέχθηκαν από τους συμμετέχοντες στην εμπειρική μελέτη ταυτίζονται με αυτά που διατηρήθηκαν από τον εγκυρότερο (βάση της έρευνας) αλγόριθμο που ελέγχθηκε (Douglas-Peucker). Σύμφωνα με τον Thapa (1988): ‘ορισμένα από τα κρίσιμα σημεία που προκαλούν ‘αιχμές’ στις απλοποιημένες γραμμές πρέπει να απαλείφονται, αν αυτές θέλουμε να είναι ομαλές, εναργείς και οπτικά αποδεκτές.’ Συμπεραίνεται, λοιπόν, πως κάθε σημείο που εντοπίζεται σε μια θέση μέγιστης αλλαγής κλίσης δεν είναι απαραίτητως ένα κρίσιμο σημείο και, επιπλέον, τα κρίσιμα σημεία δεν εντοπίζονται αποκλειστικά και μόνον σε αυτά τα τμήματα της γραμμής.

Παράλληλα, η ίδια η δομή πολλών αλγορίθμων συνιστά αδυναμίες στην διαδικασία επιλογής σημείων. Η ανάλυση της γραμμής βάση συγκεκριμένου, κάθε φορά, γεωμετρικού κριτηρίου, αφενός δεν επαρκεί και αφετέρου, τα αποτελέσματα εξαρτώνται τόσο από αυτό, όσο και από τις δεσμεύσεις που τίθενται από τον χρήστη. Για παράδειγμα, η επιλογή του αρχικού σημείου, βάση του οποίου εξετάζεται η γραμμή ή η τιμή της παραμέτρου (ανοχή) που εφαρμόζεται στο γεωμετρικό κριτήριο διαφοροποιούν τα σημεία που κάθε φορά εντοπίζονται. Συγχρόνως, η καθολική εξέταση της γραμμής (όπως, συμβαίνει με τους πιο έγκυρους αλγορίθμους, όπως για παράδειγμα τον Douglas-Peucker), έχει ως αποτέλεσμα την μη αποτίμηση της σημαντικότητας, σε τοπικό επίπεδο, του εκάστοτε σημείου. Αυτό τονίζει σε έρευνα του ο Dutton (1999), ο οποίος αναφέρει πως η ανάλυση μιας γραμμής ως σύνολο για την επιλογή των σημείων που τη διαμορφώνουν είναι δυνατό να οδηγήσει σε οπτικά μη-αποδεκτά ή ακόμη και λανθασμένα αποτελέσματα. Και τούτο, διότι η οπτική ποιότητα επηρεάζεται από ένα συνδυασμό παραγόντων, όπως ο βαθμός αλλαγής κλίμακας, η πολυπλοκότητα της γραμμής ή το είδος του φαινομένου που απεικονίζεται. Καταλήγοντας προτείνει, πως ‘χωρίζοντας τη γραμμή σε τμήματα, ώστε να είναι κάθε ένα από αυτά περισσότερο ομοιογενές, και εφαρμόζοντας κατάλληλους αλγορίθμους και παραμέτρους σε κάθε ένα τμήμα ανεξάρτητα, τα αποτελέσματα της γενίκευσης θα είναι καλύτερα’ (Dutton 1999, σελ.36). Αυτό τονίζουν και οι Visvalingam και Whyatt (1990), σε έρευνά τους σχετικά με τη εγκυρότητα του αλγορίθμου Douglas-Peucker: ‘Τα σημεία που επιλέγονται από τον αλγόριθμο Douglas-Peucker δεν είναι πάντα κρίσιμα. Η χειροκίνητη απλοποίηση λαμβάνει υπόψη τη σχετική σημαντικότητα των χαρακτηριστικών. Αυτό εν μέρει εξαρτάται από το σκοπό του χάρτη’ (Visvalingam and Whyatt 1990, σελ. 224). Τέλος, έχοντας ως λειτουργική αρχή τον εντοπισμό των θέσεων μεγάλης αλλαγής κλίσης μιας γραμμής, αρκετοί αλγόριθμοι δεν επιλέγουν σημεία που βρίσκονται σε ομαλά τμήματα (‘σιωπηλά’ σημεία), τα οποία μπορεί να είναι χρήσιμα για τη διατήρηση του σχήματος της γραμμής (Dutton, 1999).

Έχοντας σαν υπόβαθρο τις παραπάνω ερευνητικές κατευθύνσεις ανακύπτει το θέμα της ανάλυσης των ιδιοτήτων των γραμμικών οντοτήτων σε τοπικό, εκτός από καθολικό επίπεδο. Σε αυτό το πλαίσιο, θα ήταν ορθότερο για τους χαρτογράφους να εξετάζουν τμήματα και όχι μεμονωμένα σημεία της γραμμής. Η κύρια ένσταση στο να θεωρούνται τα σημεία ως το ελάχιστο στοιχείο ανάλυσης μίας γραμμής είναι το ότι είναι δύσκολο να ληφθεί υπόψη η τοπική τους σημαντικότητα. Κάθε σημείο είναι έντονα συνδεδεμένο με τα γειτονικά του. Έτσι, η διατήρηση ή όχι ενός σημείου μπορεί να επηρεάσει τη σημαντικότητα των προηγούμενων ή των επόμενων. Και αυτό μπορεί να επηρεάσει το τελικό σχήμα και την αισθητική και γεωγραφική εγκυρότητα της γενικευμένης γραμμής. Αντίθετα, τα βάση κανόνων ορισμένα τμήματα σε μια γραμμή (π.χ. καμπύλες) προσεγγίζουν καλύτερα τη φυσική της δομή, όσων αφορά τη γεωμετρική ανάλυση. Εξετάζοντας τμήματα της γραμμής, η αποτίμηση της τοπικής σημαντικότητας είναι πιο



έγκυρη, αφού οι γεωμετρικές ιδιότητές τους μπορούν να υπολογισθούν (ή έστω μια προσέγγιση αυτών) και η τοπολογική τους σχέση μπορεί να αποτιμηθεί.

Η Plazanet (Plazanet *et al.*, 1995) παρουσιάζει ορισμένους κανόνες χαρακτηρισμού των γραμμικών οντοτήτων. Ορίζει αντικειμενικά κριτήρια, όπως οι κυματισμοί, η ομοιογένεια, η πυκνότητα και η πολυπλοκότητα σε διαφορετικά επίπεδα αντίληψης (γενικό, ενδιάμεσο και τοπικό), τα οποία χρησιμοποιεί για να περιγράψει το σχήμα της γραμμής. Βασισμένη σε αυτά τα κριτήρια, προτείνει μία μέθοδο κατάτμησης των γραμμικών οντοτήτων και υπολογισμού των γεωμετρικών ιδιοτήτων του εκάστοτε τμήματος. Με αυτόν τον τρόπο, η Plazanet (1995) τμηματοποιεί και χαρακτηρίζει τη γραμμή, με σκοπό να αναλυθεί κατάλληλα, ώστε ένα αυτοματοποιημένο σύστημα να την διαχειριστεί.

Σε αυτό το πλαίσιο, οι Wang και Müller προτείνουν ένα αλγόριθμο απλοποίησης, ο οποίος βασίζεται στον εντοπισμό των καμπυλών μιας γραμμής. Γεωμετρικές αρχές χρησιμοποιούνται για τον ορισμό των καμπυλών. Ειδικότερα, οι Wang και Müller ορίζουν ότι μία καμπύλη είναι 'εκείνο το τμήμα της γραμμής που περιέχει έναν αριθμό διαδοχικών κορυφών, με τις γωνίες κάμψης σε όλες τις κορυφές που περιέχονται στην καμπύλη να είναι είτε θετικές είτε αρνητικές και η κάμψη των ακραίων κορυφών κάθε καμπύλης να είναι σε αντίθετα πρόσημα (Wang and Müller 1998, σελ. 5). Οι ιδιότητες (μέγεθος και σχήμα) κάθε καμπύλης υπολογίζονται και η σχέση με τις γειτονικές της καμπύλες ορίζονται. Οι διατηρούμενες καμπύλες που σχηματίζουν την προκύπτουσα γραμμή, καθώς και η τελική τους μορφή συντάσσονται μετά την εφαρμογή χειριστών απαλοιφής, συνδυασμού και μεγαλοποίησης.

Στο πεδίο της πληροφορικής, και ειδικότερα σε αντικείμενα, όπως η όραση υπολογιστών, η αναγνώριση μορφών ή η επεξεργασία σημάτων, έχει αναπτυχθεί ένας μεγάλος αριθμός αλγορίθμων εντοπισμού κρίσιμων σημείων, οι οποίοι κυρίως απευθύνονται σε προβλήματα, όπως η προσέγγιση γραμμών, η κατάτμηση καμπυλών ή η ανίχνευση χαρακτηριστικών γνωρισμάτων. Η πλειοψηφία αυτών των αλγορίθμων στηρίζεται στον υπολογισμό της καμπυλότητας σε κάθε σημείο της γραμμής, μέσω της ανάλυσης των γωνιών θάσεών της. Τα πιθανά κρίσιμα σημεία εντοπίζονται σε θέσεις μεγίστων ή ελαχίστων της καμπυλότητας. Σύμφωνα με μία ταξινόμηση αλγορίθμων εντοπισμού κρίσιμων σημείων που παρουσιάστηκε από τον Li (1995), η πλειοψηφία τους ανήκει στην κατηγορία των αλγορίθμων 'ανίχνευσης γωνιών'.

Στους πρώτους αλγορίθμους που δημιουργήθηκαν (Rosenfeld and Johnston 1973, Freeman and Davis 1977), η εκτίμηση της καμπυλότητας βασίζεται στον υπολογισμό της γωνίας θάσης  $\theta$  (ή το συνημίτονό της  $\cos\theta$ ) κάθε σημείου  $I$ , μεταξύ δύο σημείων της καμπύλης ( $I-k$  και  $I+k$ ). Το εύρος της περιοχής ( $I-k - I+k$ ) ορίζεται μέσω παραμέτρων που τίθενται από τον χρήστη. Όπως αποδείχθηκε, η χρήση παραμέτρων παρουσιάζουν αρκετά μειονεκτήματα, όπως η αδυναμία επεξεργασίας δεδομένων σε διαφορετικά επίπεδα λεπτομέρειας (μεγάλη τιμή της παραμέτρου οδηγεί σε απαλοιφή κρίσιμων σημείων, ενώ μικρή σε διατήρηση πλεοναζόντων σημείων) και η απαίτηση πολλαπλών δοκιμών. Στη χαρτογραφία, ο Thapa (1988b) δημιούργησε αλγόριθμο βασισμένο σε αυτή τη φιλοσοφία.

Η ιδέα της δημιουργίας μιας 'περιοχής εξέτασης' (region of support) γύρω από κάθε σημείο για τον υπολογισμό της καμπυλότητας, αποτέλεσε τη βάση, πάνω στην οποία στηρίζονται πολλοί από τους αλγόριθμους εντοπισμού κρίσιμων σημείων στο πεδίο της πληροφορικής. Οι Teh-Chin (1989) αναφέρουν ότι: 'ο ακριβής προσδιορισμός της περιοχής εξέτασης είναι πιο σημαντικός από το μέτρο υπολογισμού της καμπυλότητας'. Βασισμένοι σε αυτήν την ιδέα και για να αποφύγουν τις ανεπάρκειες της χρήσης παραμέτρων στην αντιμετώπιση του προβλήματος, δημιούργησαν ένα μη-παραμετρικό αλγόριθμο, στον οποίο η περιοχή εξέτασης για κάθε κορυφή ορίζεται με βάση τοπικές ιδιότητες της καμπύλης και δευτερευόντως, χρησιμοποιούνται μέτρα για τον υπολογισμό της καμπυλότητας. Οι Ray-Ray (1991), πρότειναν τη χρήση μη-συμμετρικής περιοχής εξέτασης.

Για την καλύτερη αντιμετώπιση του προβλήματος του ‘θορύβου’ των προηγούμενων αλγορίθμων, και ειδικότερα, για να ξεπεραστεί η αδυναμία άμεσης εφαρμογής μαθηματικών σχέσεων για τον υπολογισμό της καμπυλότητας πάνω στις διακριτές αναπαραστάσεις των γραμμών σε ψηφιακό περιβάλλον, σε αρκετές έρευνες (για παράδειγμα σε αυτή των Ansari και Huang (1991)), προτείνεται η εξομάλυνση της γραμμής μέσω φίλτρων (με συνηθέστερο το φίλτρο Gauss), πριν τον υπολογισμό της καμπυλότητας. Σύμφωνα με τον Cornic (1997), η παραπάνω λύση θίγει το πρόβλημα της επιλογής ενός κατάλληλου εύρους του εφαρμοζόμενου φίλτρου, δεδομένου ότι ένα στενό σε εύρος φίλτρο Gauss είναι δυνατό να οδηγήσει σε εντοπισμό κρίσιμων σημείων που μπορούν να θεωρηθούν ως ασήμαντες λεπτομέρειες, ενώ ένα μεγάλο σε εύρος φίλτρο Gauss μπορεί να αποκλείσει ορισμένα κρίσιμα σημεία από τον εντοπισμό τους. Για το λόγο αυτό, σε πρόσφατες έρευνες, (π.χ. Rattarangi και Chin (1992) και Pei και Lin (1992)), προτείνεται η εξομάλυνση της γραμμής μέσω φίλτρου Gauss σε διάφορα επίπεδα με κλιμακούμενα εύρη (από ένα ελάχιστο έως ένα μέγιστο).

Ακολουθώντας την αρχή της επεξεργασίας της γραμμής σε τοπικό επίπεδο, έχουν δημιουργηθεί αρκετοί νέοι αλγόριθμοι, οι οποίοι δεν βασίζονται στον υπολογισμό της καμπυλότητας για τον εντοπισμό των κρίσιμων σημείων. Ο Cornic (1997) παρουσιάζει έναν μη-παραμετρικό αλγόριθμο, κατά τον οποίο η αξιολόγηση της σημαντικότητας κάθε σημείου δεν βασίζεται στον υπολογισμό παραμέτρων του ιδίου, αλλά στη ‘σχέση’ του με τα γειτονικά του. Το κάθε σημείο της καμπύλης κρίνεται με βάση πόσες φορές αποτελεί ακραίο σημείο περιοχής εξέτασης (αριστερό και δεξί όριο) γειτονικών του σημείων. Βάση παραδοχών, κρίσιμα θεωρούνται εκείνα που εμφανίζονται τις περισσότερες φορές ως άκρα περιοχών εξέτασης. Ο Cronin (1999) παρουσιάζει αντίστοιχο αλγόριθμο, κατά τον οποίο κάθε σημείο της γραμμής κατατάσσεται σε μία από δεκαοχτώ κατηγορίες, με κριτήριο τη θέση και τον προσανατολισμό του σε σχέση με το προηγούμενο και το επόμενο. Γενικά, τα σημεία κωδικοποιούνται ως σημεία κυρτότητας (τοπικό μέγιστο), ως σημεία κοιλότητας (τοπικό ελάχιστο) και ως τρέχοντα σημεία (μηδενική γωνία). Μέσω της κωδικοποίησης εντοπίζονται τα μέγιστα και τα ελάχιστα και μετά από φιλτράρισμα με τη βοήθεια μιας προϋπολογισμένης συνάρτησης σφάλματος, ώστε να απαλειφθούν όσες κορυφές χαρακτηρίζονται πολύ έντονα αιχμηρές ή έντονα αβαθείς, επιλέγονται τα κρίσιμα σημεία. Ο Antoine (1997) προτείνει μία νέα μέθοδο, κατά την οποία εφαρμόζεται η θεωρία των μικροκυματικών συναρτήσεων για τον εντοπισμό των κρίσιμων σημείων.

Αν και στην περιοχή της ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας η έννοια των κρίσιμων σημείων συναντάται σε διαφορετικά πεδία εφαρμογής από αυτά της χαρτογραφίας και η διαχείριση των γραμμικών οντοτήτων πραγματοποιείται σε αρχεία κανονικοποιημένης (raster) δομής, οι διαδικασίες προσέγγισής τους παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Η ανάπτυξη μεθόδων εντοπισμού κρίσιμων σημείων θέτει χρήσιμα στοιχεία και νέες λογικές για αντίστοιχες προσπάθειες στη χαρτογραφία. Πρώτα απ’ όλα, ο ορισμός μιας περιοχής εξέτασης γύρω από το εκάστοτε ελεγχόμενο σημείο είναι μια χρήσιμη τεχνική. Σύμφωνα με αυτήν, η καμπυλότητα της γραμμής υπολογίζεται μέσω της ανάλυσης της γωνιακότητας, και με βάση τις αρχές του Attneave εντοπίζονται οι κρίσιμες θέσεις. Έτσι, πραγματοποιείται διερεύνηση της σημαντικότητας των σημείων σε τοπικό και όχι σε καθολικό επίπεδο, γεγονός που αποτελεί ζητούμενο για τους χαρτογράφους. Παράλληλα, ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι προσπάθειες αντιμετώπισης του ‘προβλήματος’ της διακριτής απόδοσης συνεχών φαινομένων μέσω υπολογιστή, με την χρήση τεχνικών εξομάλυνσης των γραμμών μέσω φίλτρων και μάλιστα σε διαφορετικά επίπεδα, ανάλογα με την τοπική μορφολογία τους. Τέλος, πρωτοποριακές μπορούν να θεωρηθούν οι πρόσφατες προσπάθειες δημιουργίας μη-παραμετρικών αλγορίθμων, οι οποίες είναι ανεξαρτημένες από δοκιμές και υποκειμενικές παρεμβάσεις του χρήστη.

## 1.2 Στόχοι της έρευνας

Στις μέρες μας, η έρευνα στο πεδίο της γενίκευσης γραμμών δεν εστιάζεται αποκλειστικά στη δημιουργία νέων αλγορίθμων απλοποίησης. Οι υπάρχοντες έχουν δοκιμασθεί και κριθεί σε ένα πλήθος εφαρμογών. Ένα γενικό συμπέρασμα είναι ότι η ορθότητα των αποτελεσμάτων ενός αλγορίθμου εξαρτάται, τόσο από την ίδια τη δομή και τη λειτουργία του, όσο και από το είδος και τη μορφή της γραμμής, στην οποία εφαρμόζεται ή, ακόμη, και από το σκοπό του παραγόμενου χάρτη. Με άλλα λόγια, ένας αλγόριθμος μπορεί να λειτουργεί αποτελεσματικά σε μία γραμμή ή σε ένα τμήμα αυτής και ανεπαρκώς σε μία άλλη. Έτσι, η νέα πρόκληση για τους χαρτογράφους είναι η δημιουργία ενός αυτοματοποιημένου ‘καθολικού συστήματος’ απλοποίησης γραμμών, το οποίο, έστω σε ικανοποιητικό βαθμό, θα προσομοιώνει την αντίστοιχη χειροκίνητη διαδικασία. Ένα τέτοιο σύστημα θα εξετάζει και αναλύει το σχήμα και τη γεωμετρία της γραμμής, τόσο σε καθολικό, όσο και σε τοπικό επίπεδο. Θα τμηματοποιεί τη γραμμή με βάση κοινά χαρακτηριστικά (κυματισμούς, ομοιογένεια κτλ) και θα εφαρμόζει σε κάθε τμήμα ένα κατάλληλο αλγόριθμο απλοποίησης, χρησιμοποιώντας σταθερές ή διαφορετικές ανοχές. Η επιλογή των παραπάνω τελεστών γενίκευσης θα εξαρτώνται από το επίπεδο απλοποίησης και το βαθμό μείωσης της κλίμακας.

Δύο από τις βασικές έννοιες, πάνω στις οποίες θα πρέπει να στηρίζεται ένα ‘καθολικό σύστημα’ απλοποίησης είναι αυτές των κρίσιμων σημείων και της κατάτμησης, βάσει κοινών χαρακτηριστικών, των γραμμών. Τα κρίσιμα σημεία, δηλαδή, τα σημεία που εντοπίζονται σε μεγάλες αλλαγές κλίσης της γραμμής, είναι αυτά που, κυρίως, επιλέγονται κατά τη χειροκίνητη απλοποίηση. Όπως αναλύθηκε παραπάνω, η διατήρηση των σημείων αυτών δεν διασφαλίζει απόλυτα την ‘ορθή’ ολοκλήρωση της διαδικασίας, όμως εξασφαλίζει σε μεγάλο βαθμό την εγκυρότητά της. Επίσης, είναι επιθυμητό η ανάλυση της γραμμής να γίνεται σε τοπικό, εκτός από καθολικό επίπεδο. Έτσι, η εύρεση μεθόδων δημιουργίας τμημάτων των γραμμών και η ανάλυση των ποσοτικών τους χαρακτηριστικών, ώστε να αξιολογηθεί η σημαντικότητά τους είναι βασικό πεδίο έρευνας.

Στην παρούσα έρευνα, παρουσιάζονται δύο μεθοδολογίες που στόχο έχουν να προσεγγίσουν τα δύο παραπάνω ζητούμενα. Η πρώτη αφορά τον εντοπισμό κρίσιμων σημείων κατά μήκος χαρτογραφικών γραμμών. Η μέθοδος είναι βασισμένη σε γεωμετρικές αρχές και χρησιμοποιεί τον δείκτη αναλογίας μήκους LR ως μέτρο εκτίμησης της αλλαγής κλίσης κατά μήκος μιας ψηφιακής γραμμής. Ο δείκτης LR εφαρμόζεται, τοπικά, σε κάθε σημείο της γραμμής και είναι δομημένος με τρόπο, ώστε η τιμή του να αυξάνει ανάλογα με την κλίση της. Η εξέταση σε τοπικό επίπεδο διασφαλίζεται με την αποκοπή της γραμμής μέσω ενός κύκλου σταθερής ακτίνας γύρω από κάθε της σημείο. Οι κορυφές της γραμμής, στις οποίες οι τιμές του δείκτη εμφανίζουν τοπικά μέγιστα, μεγαλύτερα από ένα προκαθορισμένο όριο, θεωρούνται ως κρίσιμα σημεία. Στο παρών κείμενο αναλύεται η δομή του δείκτη LR και καθορίζονται οι παράμετροι λειτουργίας του. Στο πρακτικό στάδιο, η μέθοδος εφαρμόζεται σε τέσσερις γραμμές των οποίων τα κρίσιμα σημεία είναι εκ των προτέρων γνωστά, ώστε να αξιολογηθεί η εγκυρότητά της. Επίσης, εφαρμόζεται πιλοτικά στην ακτογραμμή της νήσου Περιστερά, με σκοπό την εκτίμηση της αποτελεσματικότητάς της. Τέλος, τα αποτελέσματα της παραπάνω εφαρμογής χρησιμοποιούνται ως μέτρο για να συγκριθούν δύο ευρύτερα διαδεδομένοι αλγόριθμοι απλοποίησης (οι *pointremove* και *bendsimplify*).

Η δεύτερη μέθοδος που παρουσιάζεται αφορά στη δημιουργία, ανάλυση και αναπαράσταση καμπυλών κατά μήκος χαρτογραφικών γραμμών. Οι καμπύλες και ο τρόπος δημιουργίας τους σχετίζεται άμεσα με την έννοια της αποκοπής μιας γραμμής σε τμήματα που έχουν κοινά χαρακτηριστικά. Η δομή της μεθόδου βασίζεται στην ιδέα των  $\epsilon$ -κυρτών περιοχών, που εισήχθη από τον Perkal (1966a). Οι  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες, όπως ονομάζονται, δημιουργούνται μεταξύ δύο σημείων τομής της γραμμής και κύκλου σταθερής

διαμέτρου  $\epsilon$  που κυλά κατά μήκος της. Για κάθε μία υπολογίζονται οι ποσοτικές ιδιότητες που την χαρακτηρίζουν. Με τον τρόπο αυτό, οι χαρτογραφικές γραμμές κατατέμνονται βάσει ενός κοινού μέτρου και κάθε τμήμα αναλύεται συναρτήσει των ποσοτικών χαρακτηριστικών του. Εφαρμόζοντας επαναληπτικά κύκλους βαθμιαία μειούμενων διαμέτρων  $\epsilon$ , σχηματίζεται μία σειρά καμπυλών, οι οποίες έχουν άμεση τοπολογική σχέση. Η τοπολογική αυτή σχέση αναπαρίσταται μέσω δένδρων ιεραρχικής δομής. Απώτερος στόχος είναι μέσω αυτών των δένδρων και των ιδιοτήτων των καμπυλών να επιτυγχάνεται η πρόβλεψη της μορφής των γραμμών. Στην παρούσα εργασία ορίζονται οι  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες, οι ποσοτικές ιδιότητές τους και δομείται η υλοποίησή τους σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή. Συγχρόνως, κατασκευάζεται η αναπαράστασή τους μέσω των δένδρων ιεραρχικής δομής. Η μέθοδος εφαρμόζεται πιλοτικά και αξιολογείται στην ακτογραμμή της νήσου Περιστέρα κλίμακας 1:50.000. Στη συνέχεια, εφαρμόζεται σε τέσσερις εκδοχές της ίδιας ακτογραμμής σε μικρότερη κλίμακα, ώστε να εκτιμηθούν τα αποτελέσματά της σε χειροκίνητα γενικευμένους χάρτες.

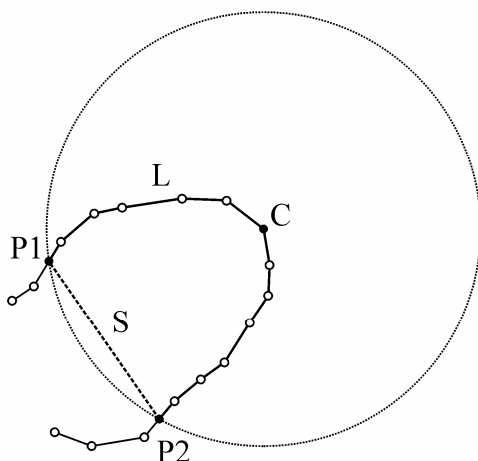
Τέλος, συγκρίνονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής των δύο προτεινόμενων μεθόδων στην ακτογραμμή της νήσου Περιστέρα που παρουσιάζεται σε κλίμακα 1:50.000. Σκοπός είναι η συσχέτιση των θέσεων που εντοπίζονται τα κρίσιμα σημεία μέσω του δείκτη LR με τις  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### 2.1 Περιγραφή της μεθόδου εντοπισμού κρίσιμων σημείων κατά μήκος χαρτογραφικών γραμμών μέσω του δείκτη αναλογίας μήκους LR

#### 2.1.1 Ορισμός δείκτη αναλογίας μήκους LR

Σε ψηφιακό περιβάλλον, ο προτεινόμενος δείκτης εφαρμόζεται σε γραμμές διανυσματικής (vector) δομής, δηλαδή, σε ένα σύνολο διακριτών σημείων, ενωμένων μέσω διανυσμάτων. Το κριτήριο, βάσει του οποίου γίνεται ο εντοπισμός των κρίσιμων σημείων κατά μήκος γραμμής έχει επιλεγθεί με τέτοιο τρόπο, ώστε να ανιχνεύονται οι κορυφές που χαρακτηρίζονται από έντονη μεταβολή της κλίσης. Η κεντρική ιδέα είναι η αποκοπή της γραμμής γύρω από κάθε κορυφή και ο προσδιορισμός της καμπυλότητας ανεξάρτητα, χρησιμοποιώντας το μήκος σαν γεωμετρικό κριτήριο. Η μέθοδος αξιοποιεί την έννοια της ‘περιοχής εξέτασης’, η οποία εμφανίζεται σε πολλούς αλγορίθμους εντοπισμού κρίσιμων σημείων που παρουσιάζονται στην περιοχή της επιστήμης της πληροφορικής.



Σχήμα 1: Τυπική περίπτωση τομής μεταξύ γραμμής και κύκλου

Η ‘περιοχή εξέτασης’ υλοποιείται με την εφαρμογή κύκλου που φέρεται με κέντρο (C) την εκάστοτε κορυφή της γραμμής. Η ακτίνα (R) του κύκλου είναι σταθερή και προκαθορισμένη καθ’ όλη τη διάρκεια της εφαρμογής. Τα όρια της ‘περιοχής εξέτασης’ (P1 και P2) ορίζονται ως οι δύο διαδοχικές, εκατέρωθεν του κέντρου (C), τομές του κύκλου και της γραμμής. Μεταξύ των σημείων τομής P1 και P2 είναι δυνατό να υπολογισθεί το ανάπτυσμα της γραμμής L και το μήκος της μεταξύ τους χορδής S (Σχήμα 1). Ο δείκτης αναλογίας μήκους (LR) ορίζεται από τη σχέση:

$$LR = \frac{L}{S}.$$

Ένας κύκλος είναι δυνατό:

1. Να αποκόπτει τη γραμμή σε δύο σημεία P1 και P2, εκατέρωθεν της εξεταζόμενης κορυφής (Σχήμα 1). Στην περίπτωση αυτή, η οποία είναι η πιο συνήθης για τις προτεινόμενες ακτίνες, εντοπίζονται οι τομές P1-P2 και υπολογίζονται το ανάπτυσμα  $L_{P1-P2}$  (ως άθροισμα των ενδιάμεσων ευθυγράμμων τμημάτων) και η απόσταση χορδής  $S_{P1-P2}$ . Ο

δείκτης LR είναι  $LR = \frac{L_{P1-P2}}{S_{P1-P2}}$ .

2. Να αποκόπτει τη γραμμή σε ένα μόνο σημείο P1 (Σχήμα 2α). Στην περίπτωση αυτή, η οποία εμφανίζεται σε ακραίες θέσεις ανοικτών γραμμών, εντοπίζεται η τομή κύκλου-γραμμής P1 και υπολογίζεται το ανάπτυσμα  $L_{P1-C}$ , μεταξύ κέντρου κύκλου και σημείου τομής και η απόσταση τομής  $S_{P1-C}$ , η οποία είναι ίση με την ακτίνα του κύκλου R. Ο

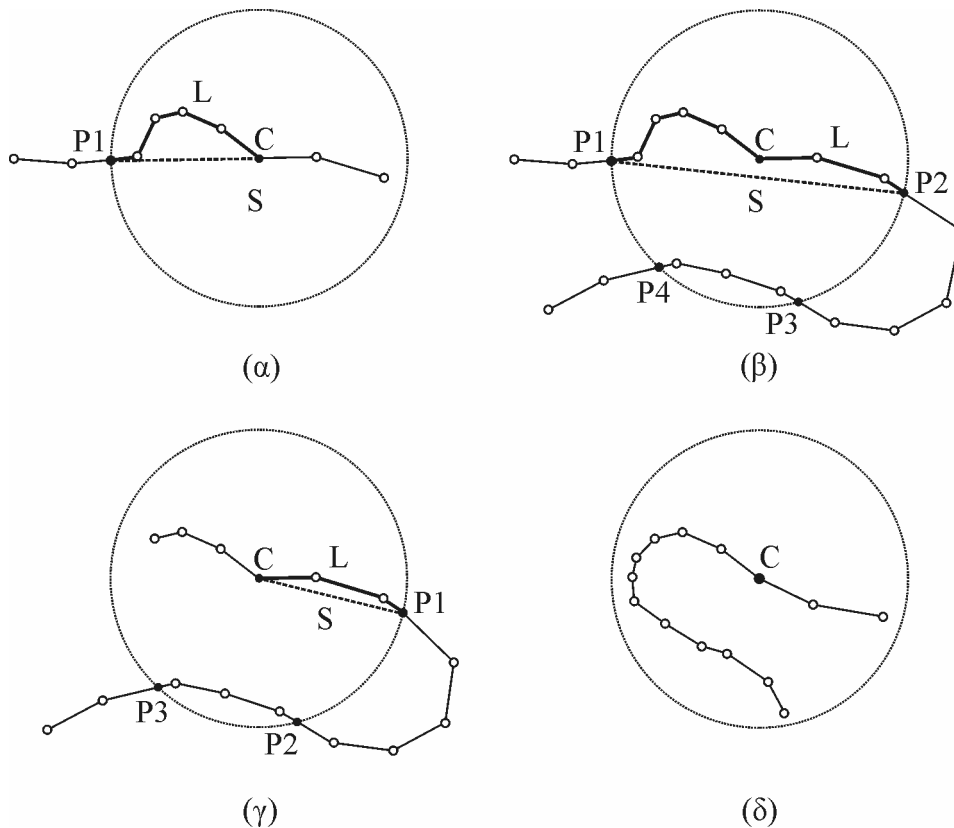
δείκτης LR είναι  $LR = \frac{L_{P1-C}}{S_{P1-C}} = \frac{L_{P1-C}}{R}$ .

3. Να αποκόπτει τη γραμμή σε παραπάνω των δύο σημείων P1, P2, P3 ... Pn, εκατέρωθεν κορυφής (Σχήμα 2β). Στην περίπτωση αυτή, εντοπίζονται τα εγγύτερα σημεία τομής εκατέρωθεν της κορυφής P1-P2 και ακολουθείται διαδικασία ανάλογη της περίπτωσης 1.

4. Να αποκόπτει τη γραμμή σε παραπάνω των δύο σημείων P1, P2, P3 ... Pn, από τη μια πλευρά της κορυφής (Σχήμα 2γ). Στην περίπτωση αυτή, εντοπίζεται το εγγύτερο στην κορυφή σημείο τομής P1 και ακολουθείται διαδικασία ανάλογη της περίπτωσης 2.

5. Να μην αποκόπτει τη γραμμή (Σχήμα 2δ). Στην περίπτωση αυτή, το μέτρο δεν εφαρμόζεται και απαιτείται μικρότερη ακτίνα κύκλου.

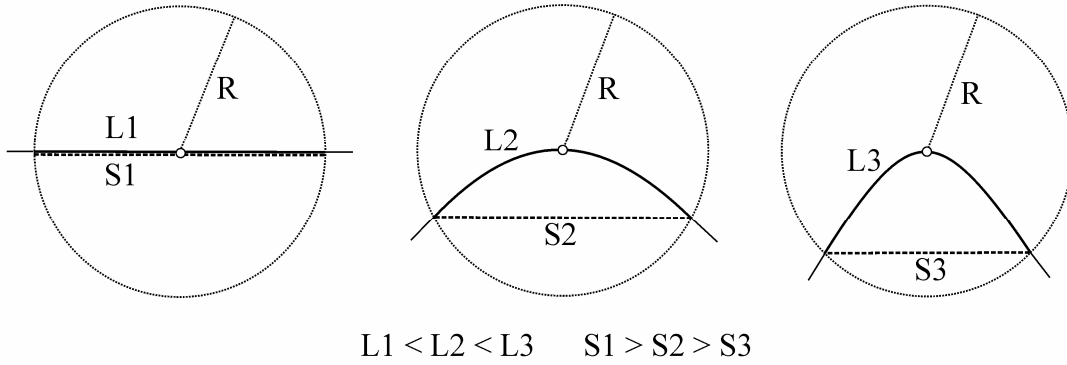
Η ρουτίνα της μεθόδου κωδικοποιήθηκε σε γλώσσα προγραμματισμού QBasic.



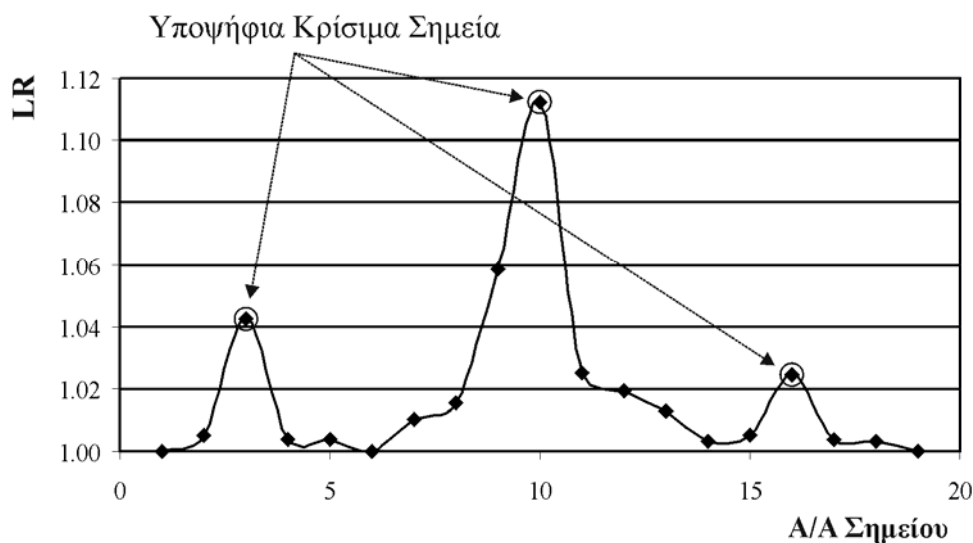
**Σχήμα 2:** Τέσσερις εναλλακτικές περιπτώσεις τομής μεταξύ κύκλου και γραμμής

Με την εφαρμογή ενός κύκλου σταθερής ακτίνας, ο οποίος ‘επισκέπτεται’ διαδοχικά όλες τις κορυφές μιας γραμμής, η γραμμή τμηματοποιείται ισομερώς γύρω από κάθε κορυφή, βάσει ενός κοινού μέτρου. Δημιουργείται, έτσι, μία σταθερή και ισοδύναμη ‘περιοχή εξέτασης’ γύρω από κάθε σημείο, μέσα στην οποία υπολογίζεται το ανάπτυγμα  $L$ , η απόσταση  $S$  και τελικά, ο δείκτης  $LR$ . Ο δείκτης αναλογίας μήκους  $LR$ , σύμφωνα με τον ορισμό του, συσχετίζεται έμμεσα με την έννοια της αυτό-όμοιας κλασματικής διάστασης (self-similar fractal dimension) (Mandelbrot, 1982) και κατά συνέπεια, εκφράζει ποσοτικά το βαθμό πολυπλοκότητας του αποκοπτόμενου τμήματος των γραμμών.

Υποθέτοντας πως το βήμα ψηφιοποίησης μιας ψηφιακής γραμμής παραμένει κατά προσέγγιση σταθερό (ώστε η μονάδα μέτρησης του αναπτύγματος της γραμμής να είναι κοινή) και μικρότερο της ( $R$ ) ακτίνας του κύκλου, το ανάπτυγμα  $L$  και το μήκος χορδής  $S$  μεταβάλλονται ανάλογα με τη μορφή της γραμμής στην περιοχή εξέτασης. Αυξανόμενη της καμπυλότητα, το ανάπτυγμα  $L$  αυξάνεται, ενώ αντίστοιχα η απόσταση  $S$  ελαττώνεται (Σχήμα 3). Συνεπώς και ο δείκτης  $LR$  μεταβάλλεται ανάλογα με την καμπυλότητα της γραμμής στην περιοχή εξέτασης και πιο συγκεκριμένα, αυξάνει όσο πιο μεγάλη είναι η καμπυλότητα. Ο δείκτης  $LR$  είναι αδιάστατος και πάντα μεγαλύτερος ή ίσος της μονάδας ( $LR \geq 1$ ) (η ισότητα εμφανίζεται στην ευθυγραμμία). Συνεπώς, ο δείκτης  $LR$  μπορεί να λειτουργήσει σαν ένα μέτρο προσδιορισμού της καμπυλότητας. Υπολογίζοντας τον δείκτη  $LR$  σε κάθε περιοχή εξέτασης (δηλαδή, σε κάθε κορυφή) και εντοπίζοντας τα τοπικά μέγιστα, προσδιορίζονται τα σημεία της γραμμής, τα οποία μπορούν να θεωρηθούν κρίσιμα. (Σχήμα 4).



**Σχήμα 3.** Μεταβολή του αναπτύγματος L και της χορδής S συναρτήσει της καμπυλότητας.



**Σχήμα 4:** Εντοπισμός κρίσιμων σημείων σε διάγραμμα LR

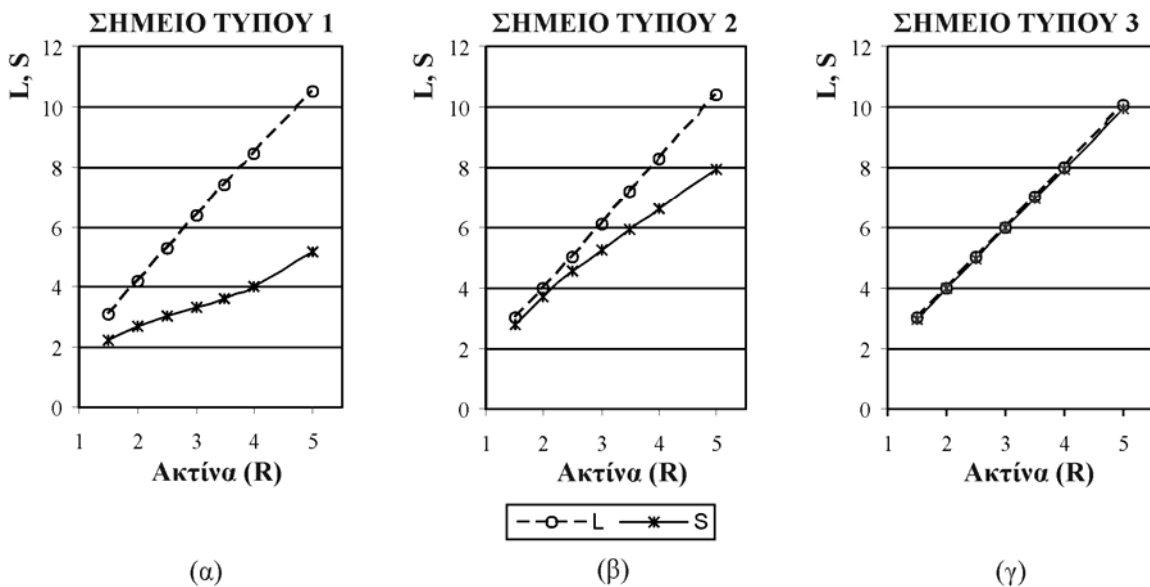
### 2.1.2 Ορισμός μεγέθους ακτίνας κύκλου R

Βασική αρχή της προτεινόμενης μεθόδου εντοπισμού κρίσιμων σημείων είναι η εκτίμηση της καμπυλότητας της γραμμής μέσω του δείκτη LR, σε τοπικό επίπεδο, γύρω από κάθε κορυφή της γραμμής. Το μέγεθος της ακτίνας (R) του κύκλου εφαρμογής αποτελεί παράγοντα που επιδρά άμεσα στην ποιότητα των αποτελεσμάτων, αφού αυτό ορίζει το εύρος της περιοχής εξέτασης. Εύκολα μπορεί να παρατηρηθεί, πως αυξάνοντας την εφαρμοζόμενη ακτίνα το ανάπτυγμα της γραμμής (L) και το μήκος χορδής (S) μεταβάλλονται θετικά, αφού η περιοχή εξέτασης επεκτείνεται. Όμως, η μεταβολή τους δεν είναι ισόποση. Αυξανόμενη της καμπυλότητας της γραμμής, η αναλογία αύξησης του L εμφανίζεται μεγαλύτερη από αυτή του S. Το ποσοστό αύξησής τους, όμως, γύρω από κάθε θέση, διαφέρει, γεγονός που εξαρτάται από την καμπυλότητα της γραμμής. Για την ευκολότερη κατανόηση των παραπάνω, παρατίθεται ένα παράδειγμα μεταβολής του αναπτύγματος L και της χορδής S για ένα ευρύ φάσμα ακτινών (R) εφαρμογής. Στο παράδειγμα αυτό, το μέγεθος της ακτίνας ξεκινά από τιμή ίση με το μέσο βήμα ψηφιοποίησης και αυξάνεται αναλογικά ως προς αυτό, για τρία χαρακτηριστικά σημεία, αντίστοιχα. (Σχήμα 5)



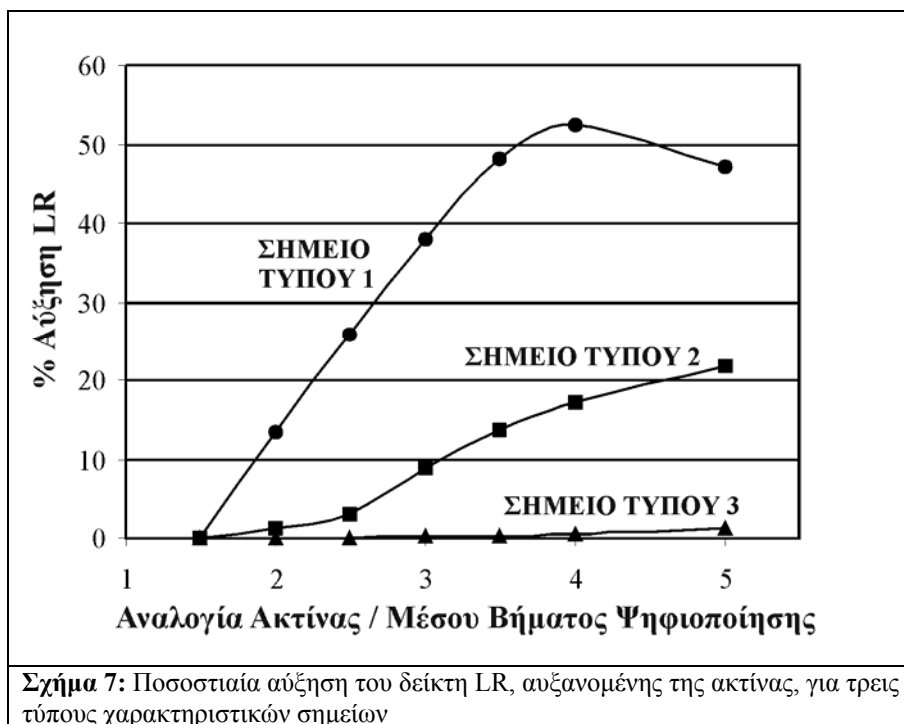
**Σχήμα 5:** Τρεις τύποι χαρακτηριστικών σημείων: Σημείο τύπου 1: θέση πολύ έντονης μεταβολής κλίσης, Σημείο τύπου 2: θέση έντονης μεταβολής κλίσης και Σημείο τύπου 3: θέση ευθυγράμμου τμήματος

Ερμηνεύοντας το Σχήμα 6, παρατηρείται πως το ποσοστό αύξησης του αναπτύγματος  $L$ , σε σχέση με αυτό του μήκους της χορδής  $S$ , εμφανίζεται μεγαλύτερο σε θέσεις μεγάλης καμπυλότητας (Σχήμα 6α). Η διαφορά αυτή ελαττώνεται σε σημεία μέσης καμπυλότητας (Σχήμα 6β) και τείνει να μηδενιστεί στα ευθύγραμμα τμήματα της γραμμής (Σχήμα 6γ). Αντίστοιχα μεταβάλλεται και η ποσοστιαία αύξηση των τιμών του δείκτη  $LR$ , για τις αντίστοιχες ακτίνες εφαρμογής, όπως φαίνεται στο Σχήμα 7. Το ζητούμενο είναι κρίσιμα σημεία που αντιστοιχούν σε χαμηλές τιμές του δείκτη  $LR$  να διακρίνονται από τις υπόλοιπες, απλές κορυφές της γραμμής. Ο τρόπος μεταβολής των τιμών του λόγου  $LR$  (όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 13), οδηγεί στο συμπέρασμα, πως κάτι τέτοιο μπορεί να επιτευχθεί με την εφαρμογή κύκλων με ακτίνες ίσες με δύο έως τέσσερις φορές το μέσο βήμα ψηφιοποίησης της γραμμής. Μέσα σε αυτά τα όρια παρατηρούνται οι μέγιστες αποκλίσεις μεταξύ των μηκών  $L$  και  $S$  και, ως εκ τούτου, με αυτά τα μεγέθη των ακτίνων εμφανίζονται οι μεγαλύτερες διαφοροποιήσεις στις τιμές του δείκτη  $LR$  για τον εντοπισμό των κρίσιμων σημείων. Μέσα σε αυτά τα όρια ανοχής εντοπίζονται ευκολότερα κρίσιμα σημεία χαμηλού δείκτη  $LR$  (π.χ. Σημείο τύπου 2). Όταν οι ακτίνες του κύκλου υπερβαίνουν περίπου κατά πέντε φορές το μέσο βήμα ψηφιοποίησης, τότε οι τιμές του δείκτη  $LR$  τείνουν να εκφράσουν γενικά παρά τοπικά χαρακτηριστικά της γραμμής.



**Σχήμα 6:** Μεταβολή του αναπτύγματος  $L$  και του μήκους χορδής  $S$ , αυξανόμενης της ακτίνας, για τρεις τύπους χαρακτηριστικών σημείων

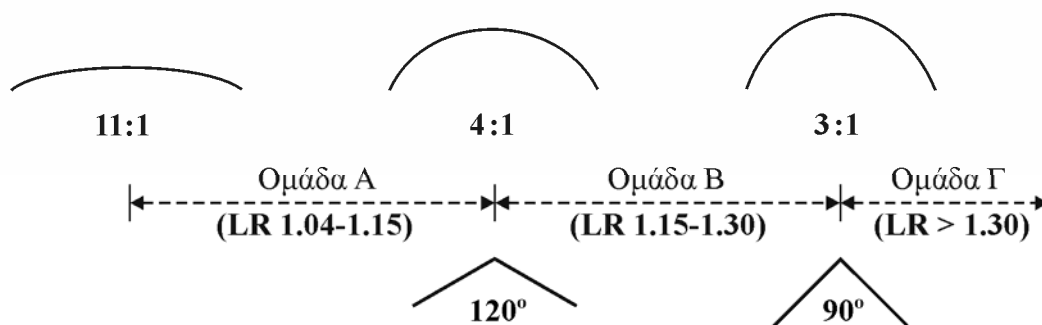




### 2.1.3 Ταξινόμηση τιμών του δείκτη LR και ορισμός ορίου επιλογής

Οι τιμές του δείκτη LR μπορούν να ταξινομηθούν σε τρεις ομάδες (Α, Β και Γ), μιας κλίμακας τάξης, σύμφωνα με τα μορφολογικά χαρακτηριστικά των γραμμών. Μετά από εμπειρική διερεύνηση, επιλέχθηκαν τα ακόλουθα όρια των τιμών του LR για τον ορισμό των τριών ομάδων:

- Ομάδα Α: Τιμές του δείκτη LR μεταξύ 1.04 και 1.15:  
Τα κρίσιμα σημεία αντιστοιχούν σε θέσεις ομαλών κλίσεων (γωνίες θλάσης μέχρι 120°), με αναλογία βάσης ως προς ύψος από 4:1 έως 11:1. (Σχήμα 8)
- Ομάδα Β: Τιμές του δείκτη LR μεταξύ 1.15 και 1.30:  
Τα κρίσιμα σημεία αντιστοιχούν σε θέσεις έντονων αλλαγών των κλίσεων (γωνίες θλάσης από 90° έως 120°), με αναλογία βάσης ως προς ύψος από 3:1 έως 4:1. (Σχήμα 8)
- Ομάδα Γ: Τιμές του δείκτη LR μεγαλύτερες από 1.30:  
Τα κρίσιμα σημεία αντιστοιχούν σε θέσεις πολύ έντονων αλλαγών των κλίσεων (γωνίες θλάσης μικρότερες από 90°), με αναλογία βάσης ως προς ύψος μικρότερη από 3:1. (Σχήμα 8)



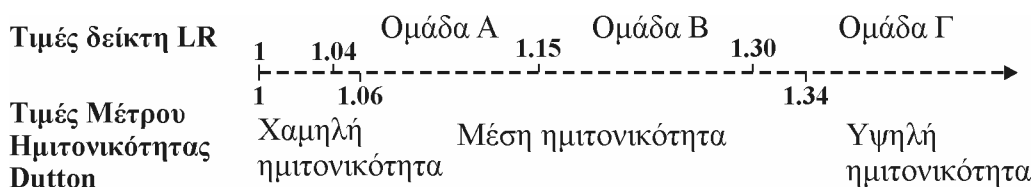
**Σχήμα 8:** Χαρακτηριστικές μορφές των καμπυλών για τις τρεις ομάδες τιμών του δείκτη LR

Πρέπει να σημειωθεί ότι στην παραπάνω ταξινόμηση χρησιμοποιείται ένα κατώτατο όριο για τις τιμές του δείκτη LR ίσο με 1,04. Μια εμπειρική ανάλυση διαφορετικών δοκιμαστικών γραμμών, οι οποίες ποικίλουν ως προς το πάχος τους σύμφωνα με τα πρότυπα των γραμμικών χαρτογραφικών συμβόλων και ως προς τη μορφή τους, έδειξε ότι μόνον οι κορυφές που σχετίζονται με κυρτώσεις της γραμμής που έχουν αναλογία βάσης ως προς ύψος μικρότερη από 11:1 μπορούν να θεωρηθούν κρίσιμες. Υπολογίζοντας την τιμή του δείκτη LR σε αυτές τις κυρτώσεις προκύπτει το κατώτατο όριο ίσο με την τιμή 1,04. Αυτό το κατώτατο όριο αποκλείει από το σύνολο των κρίσιμων σημείων εκείνες τις κορυφές που εντοπίζονται σε θέσεις πολύ μικρών κλίσεων ή ευθύγραμμα τμήματα της γραμμής, ή ακόμα, και τον 'θόρυβο' που παρουσιάζεται σε κάθε ψηφιακή αναπαράσταση των αναλογικών γραμμών.

#### **2.1.4 Σύγκριση δείκτη LR με 'μέτρο ημιτονικότητας' του Dutton**

Ο Dutton (1999) αναφέρει ότι ένα σημαντικό κριτήριο που πρέπει να λαμβάνεται υπόψη για την ορθή επιλογή των διατηρούμενων σημείων κατά τη διαδικασία απλοποίησης γραμμών είναι η σημείο προς σημείο εκτίμηση της τοπικής ημιτονικότητας της γραμμής. Για αυτόν το λόγο, ο Dutton (1999) θέσπισε το στατιστικό 'μέτρο ημιτονικότητας'. Σε κάθε σημείο υπολογίζεται ο λόγος του μήκους της ψηφιοποιημένης γραμμής, μεταξύ  $\pm k$  γειτονικών σημείων, προς το μήκος της ευθείας βάσης που ενώνει τα δύο αυτά ακραία σημεία (βλ. Dutton (1999), Σχήμα 4). Οι 'τιμές ημιτονικότητας' (SV) που υπολογίζονται με αυτόν τον τρόπο είναι αδιάστατοι πραγματικοί αριθμοί και εκφράζουν και αυτές τις μεταβολές της καμπυλότητας της γραμμής γύρω από κάθε κορυφή. Ο αριθμός (k) των γειτονικών σημείων που συμμετέχουν στον υπολογισμό του μέτρου καθορίζουν το εύρος της περιοχής εξέτασης και κατ'επέκταση τις τιμές SV αυτού. Ο Dutton (1999) καταλήγει στο συμπέρασμα, ότι μια πιο ισχυρή εκτίμηση της ημιτονικότητας των γραμμών επιτυγχάνεται με τον υπολογισμό του μέσου όρου των τιμών του 'μέτρου ημιτονικότητας', ύστερα από διαδοχική εφαρμογή του σε ένα μικρό εύρος παρακείμενων σημείων.

Η δομή του 'μέτρου ημιτονικότητας' παρουσιάζει αρκετές ομοιότητες με αυτή του δείκτη LR. Οι δύο δείκτες εκτιμούν την καμπυλότητα της γραμμής με παρόμοιο τρόπο. Με την εφαρμογή ενός συγκεκριμένου μετασχηματισμού ταξινόμησης, ο Dutton συνδέει τις τιμές SV του μέτρου σε τρία επίπεδα ημιτονικότητας (βλ. Dutton (1999), Σχήμα 5). Μια σύγκριση μεταξύ των τριών ομάδων (Α, Β και Γ) των τιμών του LR και της ταξινόμησης που ακολουθεί ο Dutton παρουσιάζεται στο Σχήμα 9. Όπως φαίνεται, οι τιμές SV του μέτρου μεταξύ 1,06 και 1,34 αντιστοιχούν σε τμήματα των γραμμών μέσης 'ημιτονικότητας'. Αυτές οι τιμές είναι πολύ κοντά στο όριο μεταξύ των ομάδων Α και Β των τιμών LR (1,04 έως 1,15 και 1,15 έως 1,30 αντίστοιχα). Για τιμές SV του μέτρου μεγαλύτερες από 1,34, ο Dutton (1999) καταλήγει ότι αντιστοιχούν σε περιοχές της γραμμής που χαρακτηρίζονται από μεγάλη 'ημιτονικότητα'. Η τιμή αυτή βρίσκεται πολύ κοντά στο κάτω όριο των τιμών του δείκτη LR για την ομάδα Γ (1,30). Είναι προφανές, ότι οι τιμές του δείκτη LR, που αντιστοιχούν σε κρίσιμα σημεία μιας γραμμής, συμπίπτουν με τις κατηγορίες μέσης και μεγάλης 'ημιτονικότητας' της ταξινόμησης του Dutton. Το όριο επιλογής του δείκτη LR (1,04) εμφανίζεται στο άνω άκρο της κατηγορίας χαμηλής 'ημιτονικότητας'. Αντίθετα στην υπόλοιπη περιοχή χαμηλής 'ημιτονικότητας' του Dutton δεν αντιστοιχούν τιμές του δείκτη LR, αφού, από τον ορισμό τους, κρίσιμα σημεία δεν εντοπίζονται σε περιοχές χαμηλής καμπυλότητας.



Σχήμα 9: Σύγκριση μεταξύ της ταξινόμησης των τιμών του δείκτη LR και των τιμών ημιτονικότητας SV

### 2.1.5 Ορισμός δεικτών LLR και ALR

Τέλος, με στόχο να προσδιοριστεί η καμπυλότητα της γραμμής σε τοπικό επίπεδο, ορίζονται δύο είδη δεικτών LR:

- Ο τοπικός δείκτης LR (LLR), ο οποίος υπολογίζεται όταν εφαρμόζεται ένας κύκλος ακτίνας ίσης με δύο φορές το μέσο βήμα της ψηφιοποιημένης αναλογικής γραμμής.
- Ο μέσος δείκτης LR (ALR), ο οποίος ορίζεται ως ο μέσος όρος των δεικτών LR όταν εφαρμόζονται διαδοχικά στη γραμμή κύκλοι με ακτίνες: ίσες με το μέσο βήμα ψηφιοποίησης (R1), δύο φορές το μέσο βήμα της ψηφιοποίησης (R2), τρεις φορές το μέσο βήμα της ψηφιοποίησης (R3) και τέλος, τέσσερις φορές το μέσο βήμα της ψηφιοποίησης της αναλογικής γραμμής (R4). Κατά συνέπεια, ο δείκτης ALR εκφράζεται από τη σχέση:

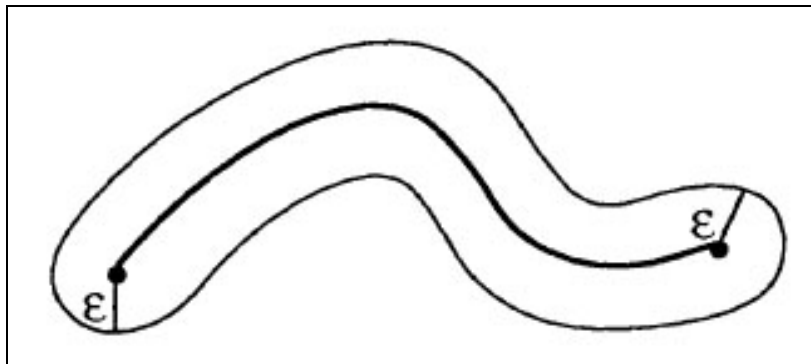
$$ALR = \frac{LR_{R1} + LR_{R2} + LR_{R3} + LR_{R4}}{4}.$$

Η εκτίμηση της καμπυλότητας της γραμμής πραγματοποιείται σε τοπικό επίπεδο, γύρω από κάθε κορυφή, με την εφαρμογή και των δύο δεικτών. Η διαφορά μεταξύ των δύο δεικτών εστιάζεται στο εύρος της περιοχής εξέτασης. Με την εφαρμογή του δείκτη LLR, η αλλαγή των κλίσεων υπολογίζεται σε μια μικρή περιοχή γύρω από κάθε κορυφή. Κατά συνέπεια, η επιρροή των τοπικών ιδιοτήτων της γραμμής είναι υψηλή στο δείκτη. Με εφαρμογή του δείκτη ALR, η καμπυλότητα υπολογίζεται σε τοπικό επίπεδο (R1), καθώς επίσης και σε ευρύτερα επίπεδα (R3, R4). Κατά συνέπεια, μειώνεται η επιρροή της μορφολογίας των παρακείμενων κορυφών. Τέλος, η σημασία της κάθε κορυφής υπολογίζεται σε έναν ευρύτερο τομέα και έτσι, οι τιμές του δείκτη ALR είναι περισσότερο συστηματοποιημένες από αυτές του δείκτη LLR.

## 2.2 Περιγραφή της μεθόδου δημιουργίας και αναπαράστασης $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών κατά μήκος χαρτογραφικών γραμμών

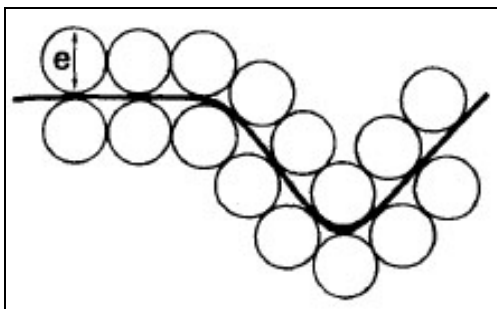
### 2.2.1 Θεωρητική αναφορά

Ο μαθηματικός Perkal (1966a), σε μια προσπάθεια δημιουργίας μιας μεθόδου μέτρησης του αναπτύγματος γραμμικών οντοτήτων, εισήγαγε την έννοια της ' $\epsilon$ -περιοχής'. Θεωρητικά, μία ' $\epsilon$ -περιοχή' δημιουργείται όταν ένας κύκλος διαμέτρου  $\epsilon$  κυλά κατά μήκος μιας γραμμής και από τις δύο πλευρές της. Ο Perkal την ορίζει ως 'το γεωμετρικό τόπο των σημείων του πεδίου που απέχουν απόσταση μικρότερη από  $\epsilon$  από τη γραμμή' (Perkal 1966a, σελ.8) (Σχήμα 10). Είναι προφανές ότι το εύρος της εξαρτάται από το μέγεθος του  $\epsilon$ . Η δόμηση και η εφαρμογή της έρευνας του Perkal απευθύνεται σε αναλογικές γραμμές, των οποίων ο τρόπος κατασκευής δεν είναι γνωστός. Η ιδέα του αυτή, όμως, αποτελεί ένα χρήσιμο 'εργαλείο' στην σύγχρονη, ψηφιακή χαρτογραφία.

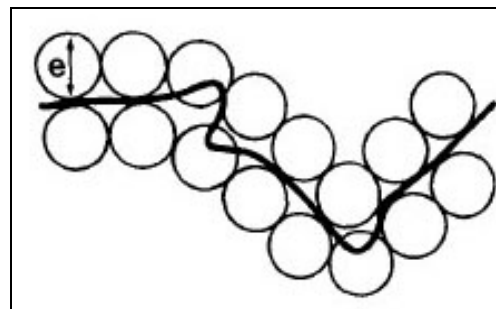


Σχήμα 10:  $\epsilon$ -κυρτή περιοχή χαρτογραφικής γραμμής

Βασιζόμενος στην ιδέα της ' $\epsilon$ -περιοχής', ο Perkal εισάγει την έννοια της  $\epsilon$ -κυρτότητας, βάσει της οποίας χωρίζει τις γραμμές (ή τμήματα των γραμμών) σε  $\epsilon$ -κυρτές και  $\epsilon$ -μη-κυρτές περιοχές. Μία γραμμή είναι  $\epsilon$ -κυρτή 'εάν κύκλος διαμέτρου  $\epsilon$  μπορεί να ταιριάξει και στις δύο πλευρές αυτής' (Perkal 1966a, σελ.9) (Σχήμα 11). Αντίθετα, όταν υπάρχει τομή μεταξύ του κύκλου και της γραμμής, τότε το συγκεκριμένο κομμάτι της γραμμής είναι  $\epsilon$ -μη-κυρτό (Σχήμα 12). Σύμφωνα με τον Beard (1991), 'η έλλειψη  $\epsilon$ -κυρτότητας σε μια γραμμή αποτελεί μια άμεση απόδειξη ότι αυτή δεν είναι ευανάγνωστη και ότι απαιτείται να γενικευθεί' (Beard 1991, σελ.38).



Σχήμα 11:  $\epsilon$ -κυρτή γραμμή



Σχήμα 12:  $\epsilon$ -μη-κυρτή γραμμή

Επεκτείνοντας την ιδέα της  $\epsilon$ -κυρτότητας, ο Perkal (1966b) πρότεινε μία μέθοδο γενίκευσης πεδίων, γνωστή και ως  $\epsilon$ -γενίκευση. Σύμφωνα με αυτή, μία κλειστή γραμμή δημιουργεί γύρω της δύο πεδία, ένα εσωτερικό ( $D$ ) και ένα εξωτερικό ( $D'$ ). Ένας κύκλος διαμέτρου  $\epsilon$  κυλάει, ξεχωριστά, στην εσωτερική και στην εξωτερική πλευρά της γραμμής. 'Το σύνολο των σημείων που έχουν την ιδιότητα να περιέχονται μέσα στους κύκλους

διαμέτρου  $\epsilon$ , τα οποία περιλαμβάνονται ολοκληρωτικά στο πεδίο  $D$ , ορίζονται ως  $\epsilon$ -γενίκευση του πεδίου  $D'$  (Perkal 1966b, σελ.4). Η ίδια διαδικασία λαμβάνει χώρα και στο πεδίο  $D'$ . Με άλλα λόγια, με την κύλιση του κύκλου ανευρίσκονται τα  $\epsilon$ -κυρτά τμήματα της γραμμής, τα οποία και διατηρούνται. Αντίθετα, τα  $\epsilon$ -μη-κυρτά τμήματα απαλείφονται και αντικαθίστανται από το τμήμα του κύκλου που ενώνει τα σημεία τομής.

Βασιζόμενος στην ιδέα του Perkal, ο Christensen (1999) προτείνει μια μέθοδο απλοποίησης ψηφιακών γραμμών. Εφαρμόζοντας τον κυλιόμενο κύκλο του Perkal, η γραμμή χωρίζεται σε  $\epsilon$ -κυρτά και  $\epsilon$ -μη-κυρτά τμήματα. Τα άκρα των  $\epsilon$ -μη-κυρτών τμημάτων συνδέονται με τόξα 'μέσου άξονα' και τελικά, ενώνονται με τα  $\epsilon$ -κυρτά τμήματα, ώστε να δημιουργηθεί η απλοποιημένη γραμμή.

### 2.2.2 Ορισμός $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών

Στην παρούσα έρευνα, η ιδέα της  $\epsilon$ -κυρτότητας χρησιμοποιείται για τον εντοπισμό καμπυλών κατά μήκος χαρτογραφικών γραμμών. Θεωρητικά, σε μια διαδικασία αντίστοιχη του Perkal, κύκλος διαμέτρου  $\epsilon$  κυλάει και από τις δύο πλευρές της γραμμής, δημιουργώντας  $\epsilon$ -κυρτά και  $\epsilon$ -μη-κυρτά τμήματα της γραμμής. Ως ' $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες' ορίζονται τα  $\epsilon$ -μη-κυρτά τμήματα της γραμμής.

### 2.2.3 Προτεινόμενη μέθοδος

Κατά την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου λαμβάνουν χώρα τρεις πράξεις:

1. Δημιουργία ' $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών' κατά μήκος της γραμμής, για ένα εύρος τιμών  $\epsilon$ .

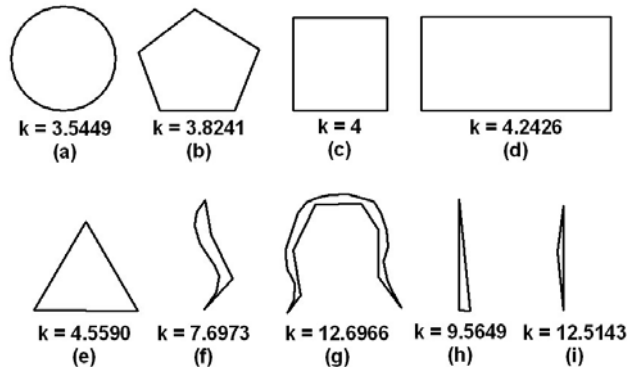
Η μέθοδος υλοποιείται σε κάθε γραμμή εφαρμόζοντας επαναληπτικά, κύκλους με σταδιακά ελαττούμενες διαμέτρους  $\epsilon$ , από μία μέγιστη σε μία ελάχιστη τιμή. Με αυτόν τον τρόπο, κάθε  $\epsilon$ -μη-κυρτή καμπύλη, η οποία έχει δημιουργηθεί από μεγαλύτερη τιμή του  $\epsilon$  περιλαμβάνει  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες που έχουν δημιουργηθεί από μικρότερες τιμές του  $\epsilon$  (αναφέρονται ως 'υπό-καμπύλες'), ή αντίστροφα, κάθε  $\epsilon$ -μη-κυρτή καμπύλη που έχει δημιουργηθεί από μικρή τιμή του  $\epsilon$  ανήκει σε μία  $\epsilon$ -μη-κυρτή καμπύλη που έχει δημιουργηθεί από μεγαλύτερο μέγεθος του  $\epsilon$ . Η μέγιστη, η ελάχιστη, καθώς και οι ενδιάμεσες τιμές της διαμέτρου  $\epsilon$  των κυλιόμενων κύκλων (ή αλλιώς τα 'επίπεδα' του  $\epsilon$ ), εξαρτώνται από τη μορφολογία της εκάστοτε γραμμής και καθορίζονται πριν την εφαρμογή. Η διαδικασία λαμβάνει χώρα και στις δύο πλευρές της. Από τα παραπάνω, γίνεται φανερό ότι δημιουργούνται  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες κατά μήκος μίας γραμμής βάσει ενός σταθερού μέτρου και ότι υπάρχει μία άμεση τοπολογική σχέση μεταξύ καμπυλών και υπο-καμπυλών ή μεταξύ υπο-καμπυλών διαφορετικών επιπέδων του  $\epsilon$ , η οποία είναι δυνατό να προσφέρει χρήσιμα στοιχεία στην ανάλυση της γραμμής.

2. Υπολογισμός ποσοτικών χαρακτηριστικών των  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών.

Τα ποσοτικά χαρακτηριστικά των  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών είναι η διάμετρος ( $\epsilon$ ), το μέγεθος ( $A$ ) και ο δείκτης σχήματος ( $k$ ). Η διάμετρος ( $\epsilon$ ) είναι, ουσιαστικά, το μέγεθος της διαμέτρου του κυλιόμενου κύκλου από τον οποίο έχει προέλθει η καμπύλη. Γίνεται εύκολα αντιληπτό, πως είναι κοινή για όλες τις καμπύλες κατά τη διάρκεια κάθε εφαρμογής. Ο δείκτης σχήματος και το μέγεθος των καμπυλών που δημιουργούνται εξαρτώνται από αυτή. Για τον υπολογισμό των τιμών του μεγέθους και του δείκτη σχήματος που χαρακτηρίζουν κάθε  $\epsilon$ -μη-κυρτή καμπύλη, φέρεται η γραμμή βάσης, η οποία ενώνει τα σημεία τομής του κύκλου και της γραμμής. Το μέγεθος μιας  $\epsilon$ -μη-κυρτής καμπύλης ορίζεται ως το εμβαδό ( $A$ ) του πολυγώνου που δημιουργείται μεταξύ της γραμμής βάσης και της καμπύλης. Το σχήμα της καμπύλης μπορεί να περιγραφεί από μια αριθμητική έκφραση. Σε αυτή την

έρευνα, ο δείκτης σχήματος  $k$  ορίζεται ως ο λόγος  $k = \frac{L}{\sqrt{A}}$ , όπου  $L$  η περίμετρος του

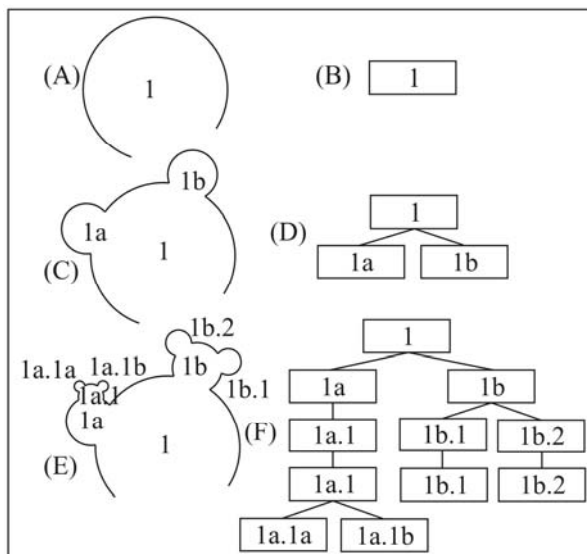
πολυγώνου και  $A$  το εμβαδόν του. Ο δείκτης σχήματος  $k$  είναι αδιάστατος και ανεξάρτητος από το μέγεθος οποιασδήποτε επιφανειακής οντότητας. Ο Nakos (2004) επισημαίνει ότι η μικρότερη τιμή του  $k$  αντιστοιχεί στον κύκλο, ο οποίος θεωρείται ως το 'τέλειο' σχήμα. Για στρογγυλεμένα σχήματα η τιμή του  $k$  αυξάνει ελαφρώς και παίρνει υψηλές τιμές για στενά και επιμήκη σχήματα. Γενικά, ο δείκτης σχήματος  $k$  αυξάνει όσο το σχήμα γίνεται πιο στενό και επιμήκες. Στο Σχήμα 13 παρουσιάζονται τιμές του δείκτη  $k$  για διάφορες χαρακτηριστικές πολυγωνικές οντότητες.



Σχήμα 13: Τιμές του δείκτη σχήματος  $k$  για χαρακτηριστικές πολυγωνικές οντότητες

### 3. Αναπαράσταση των $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών μέσω δένδρου ιεραρχικής δομής.

Οι  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες και υπο-καμπύλες που δημιουργούνται κατά την επαναληπτική



Σχήμα 14: Παράδειγμα δένδρου ιεραρχικής δομής

εφαρμογή της μεθόδου, όπως περιγράφηκε παραπάνω, καθώς και η μεταξύ αυτών τοπολογική σχέση, αναπαριστώνται μέσω ενός γραφήματος δένδρου ιεραρχικής δομής. Στην προτεινόμενη δομή δένδρου χρησιμοποιείται ένα επίπεδο για κάθε διάμετρο  $\epsilon$  κύκλου. Για την ίδια καμπύλη, αντιστοιχούν δύο δένδρα: ένα για την εσωτερική και ένα για την εξωτερική κύλιση του κύκλου. Για την ευκολότερη κατανόηση της λειτουργίας των δένδρων ιεραρχικής δομής, παρατίθεται στο Σχήμα 14 ένα παράδειγμα δοκιμαστικής εφαρμογής. Αν η αρχική κύρτωση είναι ένα απλό καμπύλο τμήμα της γραμμής (Σχήμα 14-A) και η διάμετρος  $\epsilon$  του κυλιόμενου δίσκου κατάλληλη, ώστε να

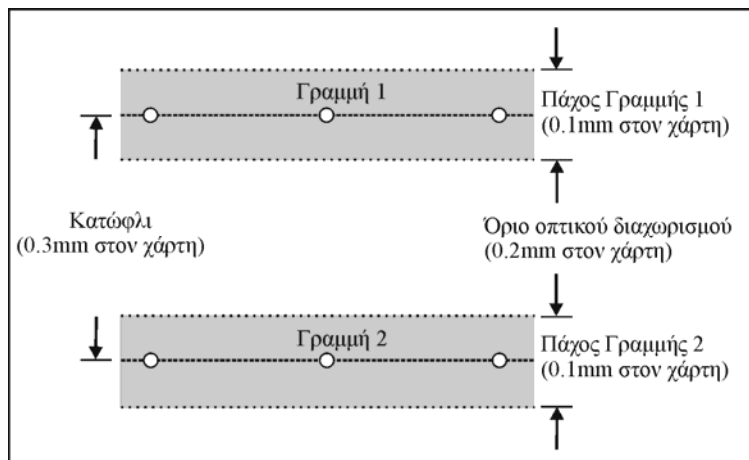
δημιουργείται η αντίστοιχη  $\epsilon$ -μη-κυρτή καμπύλη, τότε αυτή αναπαρίσταται από έναν απλό κόμβο του δένδρου (Σχήμα 14-B). Αν στα επόμενα επίπεδα του  $\epsilon$  ο κυλιόμενος κύκλος 'εισέρχεται' μέσα στην κύρτωση, τότε δεν δημιουργούνται  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες και επομένως, στο δένδρο δεν εμφανίζονται άλλοι κόμβοι. Στο Σχήμα 14-C παρουσιάζεται περίπτωση, στην οποία η αρχική κύρτωση έχει λεπτομέρειες (υπο-κυρτώσεις) που δεν μπορούν να 'ανευρεθούν' χρησιμοποιώντας κυλιόμενους κύκλους μεγάλης διαμέτρου  $\epsilon$ . Αυτές οι υπο-καμπύλες δημιουργούνται όταν η διάμετρος έχει τέτοιο μέγεθος, ώστε ο κύκλος να εισχωρεί στην αρχική κύρτωση, αλλά όχι και στις υπο-κυρτώσεις. Σε αυτή την

περίπτωση, αν  $N$  είναι ο αριθμός των υπο-καμπυλών που δημιουργήθηκαν σε μία συγκεκριμένη μείωση της διαμέτρου, τότε ο κόμβος που αντιστοιχεί στην αρχική καμπύλη γίνεται ‘γονέας’ των  $N$  κόμβων που τις αναπαριστούν (Σχήμα 14-D). Αυτή η διαδικασία ‘μείωσης της διαμέτρου  $\epsilon$  – ορισμού νέου επιπέδου δένδρου με ορατές καμπύλες’ επαναλαμβάνεται έως ότου δεν ‘ανευρίσκονται’ άλλες λεπτομέρειες των καμπυλών, γεγονός το οποίο σημαίνει πως όλοι οι κόμβοι στο τελευταίο επίπεδο του δένδρου εξελίσσονται σε γραμμικά διασυνδεμένες λίστες. Φυσικά, η επιλογή της διαμέτρου  $\epsilon$  είναι αυτή που καθορίζει τις λεπτομέρειες που, κάθε φορά, ‘ανευρίσκονται’. Στο Σχήμα 14/E φαίνεται μια πιο πολύπλοκη γραμμή και στο Σχήμα 14-F, η αντίστοιχη δομή δένδρου. Είναι άξιο προσοχής, ότι αν η καμπύλη 1 αναπαριστάται σαν επίπεδο δένδρου 0, τότε το επίπεδο δένδρου 1 έχει δύο κόμβους που αντιστοιχούν στις δύο υπο-καμπύλες 1a και 1b. Για την επόμενη μείωση διαμέτρου, δεν παρατηρείται αλλαγή κάτω από τον κόμβο 1a. Αντίθετα, κάτω από τον κόμβο 1b δημιουργείται διακλάδωση και δύο κόμβοι, οι οποίοι αντιστοιχούν σε δύο νέες υπο-καμπύλες (1b.1 και 1b.2). Στην επόμενη μείωση διαμέτρου δεν παρουσιάζεται αλλαγή στο δένδρο, ενώ στην τελευταία, δημιουργείται μια νέα διακλάδωση κάτω από τον κόμβο 1a.1, καθώς εντοπίζονται οι υπο-κυρτώσεις 1a.1a και 1a.1b. Από τα παραπάνω γίνεται φανερό πως το σχήμα και τα χαρακτηριστικά του δένδρου εξαρτώνται από τα επίπεδα του  $\epsilon$  που επιλέγονται.

#### **2.2.4 Υλοποίηση της τεχνικής του Perkal σε ηλεκτρονικό υπολογιστή**

Σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή, η εφαρμογή της αναλυτικής διαδικασίας του Perkal περατώνεται χρησιμοποιώντας το λογισμικό πακέτο ArcGIS v.9.0 (© ESRI). Η διαδικασία του κυλιόμενου κύκλου επιτυγχάνεται με τη εφαρμογή της ‘ζώνης επιρροής’ (buffer) που υποστηρίζεται από το συγκεκριμένο λογισμικό. Αρχικά, δημιουργείται μία ‘ζώνη επιρροής’ γύρω από κάθε πλευρά της γραμμής, με πλάτος ίσο με το μισό της διαμέτρου  $\epsilon$  του κύκλου του Perkal. Στη συνέχεια, μία νέα ‘ζώνη επιρροής’ με το ίδιο πλάτος, δημιουργείται γύρω από τα όρια της αρχικής ‘ζώνης επιρροής’. Το αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας υπόκειται σε μια τυπική διαδικασία ‘αλληλεπίθεσης’ (union) με την χαρτογραφική γραμμή. Τα εσωτερικά όρια της νέας ‘ζώνης επιρροής’ τέμνουν τη γραμμή σε ορισμένες θέσεις. Τα τμήματα της γραμμής που αποκόπτονται μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων τομής είναι οι  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες. Αξίζει να σημειωθεί, ότι η μέθοδος που περιγράφηκε είναι μια ικανοποιητική προσέγγιση της τεχνικής του Perkal. Η δεύτερη ‘ζώνη επιρροής’ που εφαρμόζεται προσομοιώνει τον κυλιόμενο κύκλο και η τομή μεταξύ ‘ζώνης επιρροής’ και γραμμής αντιστοιχεί στα εφαιπτόμενα σημεία του κύκλου και της γραμμής, όπως αναφέρεται στην μελέτη του Perkal (1966a). Τέλος, ορίζεται η γραμμή βάσης, η οποία συνδέει τα δύο ακραία σημεία της καμπύλης (σημεία τομής κύκλου-γραμμής) και ενώνεται με την καμπύλη δημιουργώντας ένα κλειστό πολύγωνο. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, τα προκύπτοντα πολύγωνα χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των ποσοτικών ιδιοτήτων των  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών. Η ίδια διαδικασία πραγματοποιείται επαναληπτικά για διαφορετικά επίπεδα μειούμενου  $\epsilon$ , έτσι ώστε να εντοπιστούν υπο-καμπύλες μέσα σε κάθε καμπύλη και να δημιουργηθεί η τοπολογική δομή τους. Η διαδικασία επιτυγχάνεται με την λειτουργία ‘ταύτισης’ που υποστηρίζεται από το λογισμικό πακέτο.

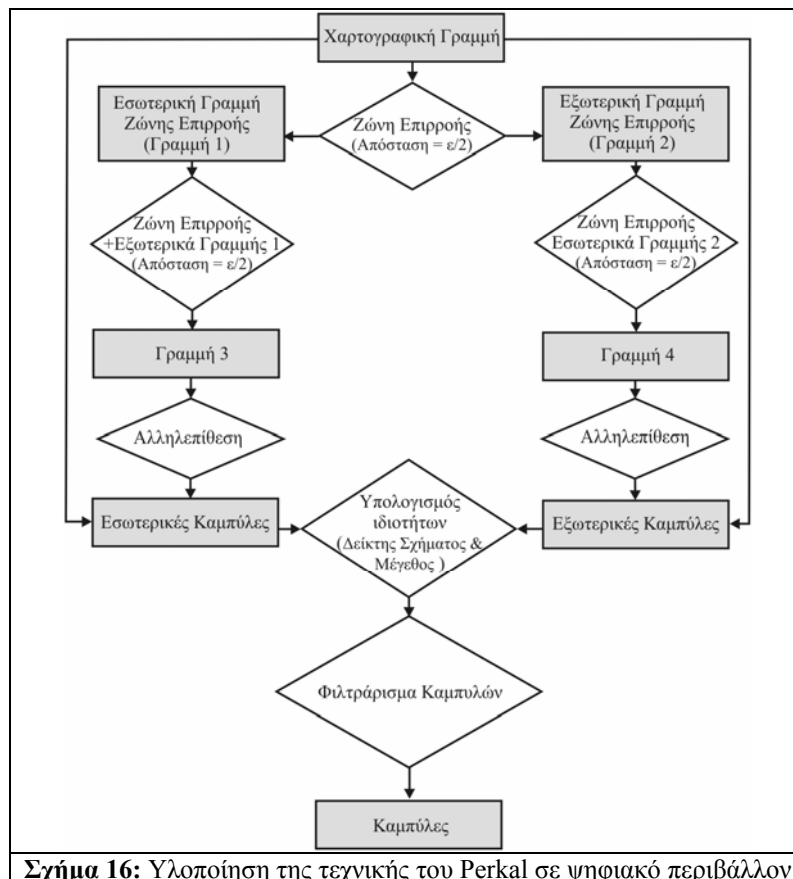
Πολλές από τις ε-μη-κυρτές καμπύλες που δημιουργούνται από την εφαρμογή της μεθόδου δεν είναι οπτικά εμφανείς, αφού είναι πολύ μικρές σε μέγεθος και στενές σε σχήμα. Οι καμπύλες αυτές αποτελούν, ουσιαστικά, 'θόρυβο' και για το λόγο αυτό αφαιρούνται μετά από μια διαδικασία φιλτράρισματος. Το φιλτράρισμα επιτυγχάνεται



Σχήμα 15: Επιλογή κατωφλίου για το φιλτράρισμα των καμπυλών

χρησιμοποιώντας το μέσο βάθος των καμπυλών σαν κριτήριο. Ως μέσο βάθος (D) μιας καμπύλης ορίζεται ο λόγος μεταξύ του εμβαδού (A) του πολυγώνου που σχετίζεται με την καμπύλη και του μήκους της βασικής της γραμμής (BL):  $D = \frac{A}{BL}$ . Οι καμπύλες που αφαιρούνται χαρακτηρίζονται από μέσο βάθος μικρότερο από μία τιμή κατωφλίου. Για την εκτίμηση του κατωφλίου λαμβάνονται υπόψη το πάχος της ψηφιακής γραμμής και το όριο οπτικού διαχωρισμού. Υποθέτοντας ότι μια ακτογραμμή παρουσιάζεται σε ένα χάρτη με μια γραμμή πάχους 0.1mm και ότι το όριο οπτικού διαχωρισμού είναι 0.2mm (Rouleau 1984), τότε ως κατάλληλη τιμή κατωφλίου ορίζονται τα 0.3mm (Σχήμα 15).

Όλοι οι υπολογισμοί πραγματοποιούνται χρησιμοποιώντας την πλατφόρμα του περιβάλλοντος του ArcGIS. Στο Σχήμα 16 παρουσιάζεται γραφικά, ο τρόπος με τον οποίο όλη η διαδικασία υλοποιείται στο λογισμικό πακέτο GIS.



Σχήμα 16: Υλοποίηση της τεχνικής του Perkal σε ψηφιακό περιβάλλον



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

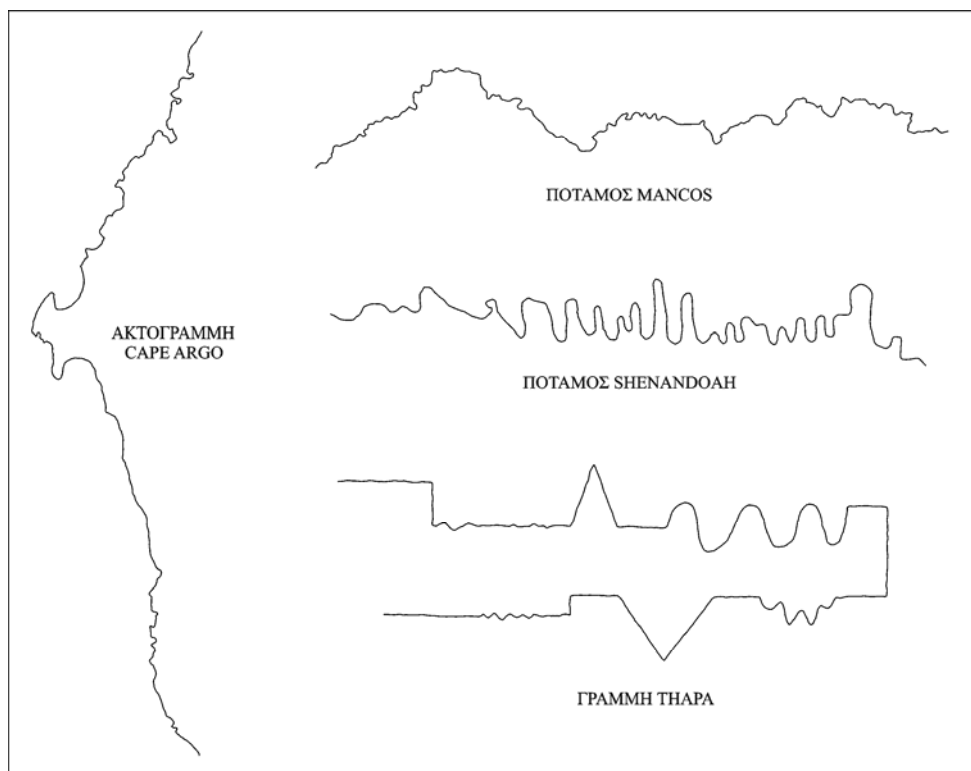
### 3.1 Εφαρμογή μεθόδου εντοπισμού κρίσιμων σημείων κατά μήκος χαρτογραφικών γραμμών μέσω του δείκτη LR

#### 3.1.1 Σύγκριση με σχετικές μελέτες

Η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων της προτεινόμενης μεθόδου ελέγχεται εφαρμόζοντας τον δείκτη LR σε γραμμικές οντότητες, των οποίων τα κρίσιμα σημεία είναι εκ των προτέρων γνωστά. Ως αρχεία αναφοράς χρησιμοποιούνται τρεις γεωμορφολογικές χαρτογραφικές γραμμές, οι ποταμοί Mancos και Shenandoah και η ακτογραμμή Cape Argo, οι οποίες προέρχονται από την εμπειρική έρευνα της Marino (1979), καθώς και η γεωμετρική γραμμή του Thara (Thara, 1987). Οι τρεις πρώτες απεικονίζουν φυσικές οντότητες και αποτελούν διαφορετικά γεωγραφικά και γεωμορφολογικά δείγματα γραμμών. Ο ποταμός Shenandoah έχει μορφή ημιτονοειδούς καμπύλης, ο ποταμός Mancos χαρακτηρίζεται από μεγάλη πολυπλοκότητα, ενώ η ακτογραμμή Cape Argo περιέχει συγχρόνως περιοχές μεγάλης πολυπλοκότητας και ευθύγραμμα τμήματα. Τα κρίσιμα σημεία είναι προϊόν της εμπειρικής μελέτης της Marino (1979), όπως αυτή περιγράφεται σε προηγούμενο κεφάλαιο. Πιο συγκεκριμένα, στην παρούσα έρευνα χρησιμοποιούνται τα κρίσιμα σημεία που προέρχονται από το πρώτο επίπεδο απλοποίησης, ώστε να υπάρχει το μεγαλύτερο δυνατό δείγμα. Η θεωρητική γραμμή του Thara αποτελεί ένα γεωμετρικό μοντέλο, σχεδιασμένο με τρόπο, ώστε να περιέχει το μεγαλύτερο μέρος των σχημάτων (σφήνες, απότομες αλλαγές κλίσεων, μικροί κυματισμοί, συνεχείς μεγάλες καμπύλες, ευθύγραμμα τμήματα κτλ), τα οποία μπορούν, είτε ανεξάρτητα, είτε σε συνδυασμό, να εντοπισθούν σε μια τυχαία γραμμή. Στην παρούσα έρευνα χρησιμοποιούνται τα κρίσιμα σημεία που προέρχονται από την εφαρμογή του μαθηματικού μοντέλου, που ο Thara προτείνει στην έρευνά του (Thara, 1988b, σελ.64). Οι απεικονίσεις των τεσσάρων γραμμών παρουσιάζονται στο Σχήμα 17.

Οι γραμμές από τις έρευνες της Marino (1979) και του Thara (1987) επιλέχθηκαν προκειμένου να ελεγχθούν άμεσα τα αποτελέσματα της προτεινόμενης μεθόδου εντοπισμού κρίσιμων σημείων. Η πρώτη είναι μια έρευνα που απεικονίζει τον τρόπο, με τον οποίο οι άνθρωποι αντιλαμβάνονται και επιλέγουν τα κρίσιμα σημεία (Marino), ενώ η δεύτερη μια παρόμοια με την προτεινόμενη μέθοδο, βασισμένη σε μαθηματικές αρχές (Thara). Κατά συνέπεια, και οι δύο έρευνες αποτελούν ένα ισχυρό υπόβαθρο για τον έλεγχο της προτεινόμενης μεθόδου.

Τα πρωτογενή δεδομένα των γραμμών ελέγχου δημιουργήθηκαν με ψηφιοποίηση των σαρωμένων, με ανάλυση 300dpi, εικόνων των κειμένων της Marino και του Thara. Οι τελικές ψηφιακές γραμμές δημιουργήθηκαν μετά από επεξεργασία διόρθωσης και εξομάλυνσης των πρωτογενών δεδομένων, προκειμένου να απαλειφθούν περιττές κορυφές και να εξομαλυνθούν, σύμφωνα με την τυποποιημένη χαρτογραφική διαδικασία που περιγράφεται από τον Jenks (Jenks, 1981). Τα μέσα βήματα ψηφιοποίησης των γραμμών ελέγχου παρουσιάζονται στον Πίνακα 1. Εντούτοις, υπάρχουν σημεία ανεπαρκούς ψηφιοποίησης των αναλογικών γραμμών λόγω της ποιότητας των πηγών. Τα σημεία αυτά εντοπίστηκαν και χαρακτηρίστηκαν εξαρχής, ώστε οι τιμές του δείκτη LR να ελεγχθούν και να μην επηρεαστεί η τελική ποιότητα του αποτελέσματος της έρευνας.



Σχήμα 17: Γραμμές από τις μελέτες των Marino και Thara

Ο εντοπισμός των κρίσιμων σημείων των τεσσάρων γραμμών πραγματοποιήθηκε με την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου, χρησιμοποιώντας τόσο τον δείκτη LLR, όσο και τον ALR. Στόχος είναι η αξιολόγηση της λειτουργικότητάς τους, αλλά και η μεταξύ τους σύγκριση, βάσει γνωστών δεδομένων. Οι παράμετροι εφαρμογής, καθώς και τα αποτελέσματα που προκύπτουν φαίνονται στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1. Παράμετροι εφαρμογής του δείκτη LR και αποτελέσματα της σύγκρισης

Γραμμές	Γραμμή Thara	Ποταμός Shenandoah	Ποταμός Mancos	Ακτογραμμή Cape Argo
<b>Μέσο Βήμα Ψηφιοποίησης*</b>	0.44	0.22	0.18	0.30
<b>Ακτίνα LLR*</b>	0.9	0.5	0.4	0.6
<b>Ακτίνες ALR*</b>	0.45, 0.9, 1.35 & 1.8	0.25, 0.5, 0.75 & 1	0.2, 0.4, 0.6 & 0.8	0.3, 0.6, 0.9 & 1.2
<b>Γνωστά Κρίσιμα Σημεία</b>	45	53	40	53
<b>Εντοπισμένα</b>	45	65	88	63
<b>LLR Κοινά</b>	41 (91%)	50 (94%)	38 (95%)	43 (81%)
<b>Πρόσθετα</b>	4	15	50	20
<b>Εντοπισμένα</b>	45	59	72	49
<b>ALR Κοινά</b>	40 (89%)	51 (96%)	35 (88%)	38 (72%)
<b>Πρόσθετα</b>	5	8	37	11

\* σε mm στο χαρτί

Παρατηρώντας τον Πίνακα 1, διαπιστώνεται πως τα αποτελέσματα από την εφαρμογή της μεθόδου LR είναι σε γενική συμφωνία με αυτά των δύο σχετικών μελετών (Marino 1979, Thara 1987). Με εξαίρεση την ακτογραμμή Cape Argo, τόσο με την εφαρμογή του LLR, όσο και του ALR, το ποσοστό επιτυχίας στον εντοπισμό των κρίσιμων σημείων που παρουσιάζονται στις δύο μελέτες αγγίζει ή ξεπερνάει το 90%.

Εντούτοις, υπάρχουν ορισμένες περιπτώσεις απόκλισης, στις οποίες εντοπίζονται ως κρίσιμα, σημεία τα οποία δεν χαρακτηρίζονται ως τέτοια στις αντίστοιχες μελέτες, και κυρίως σε αυτή της Marino. Τα σημεία αυτά αναφέρονται ως ‘πρόσθετα’ στον Πίνακα 1. Η απόκλιση αυτή παρατηρείται, κυρίως, στη γραμμή του ποταμού Mancos. Το LR αποτελεί μια αυτοματοποιημένη μέθοδο εντοπισμού κρίσιμων σημείων. Εκτιμά την καμπυλότητα κάθε σημείου με βάση κοινά κριτήρια και περιορισμούς. Δεν υπάρχει η δυνατότητα απόρριψης σημείων που καλύπτουν αυτούς τους κανόνες, αλλά δεν είναι κρίσιμα. Για παράδειγμα, η μέθοδος του δείκτη LR εντοπίζει μικρά, απομονωμένα σπασίματα της γραμμής, τα οποία οι ερωτηθέντες της Marino δεν μπορούσαν να διακρίνουν. Συγχρόνως, όμως, η Marino θέτει ένα ανώτατο όριο στον αριθμό σημείων που τα υποκείμενα της έρευνας πρέπει να επιλέξουν. Ο περιορισμός αυτός επιτρέπει να εικάσουμε πως μέρος των ‘πρόσθετων’ σημείων θα μπορούσαν να θεωρηθούν κρίσιμα, εάν επιτρεπόταν η επιλογή μεγαλύτερου ή απεριόριστου αριθμού σημείων. Παραδείγματος χάριν, με την εφαρμογή του δείκτη LR εντοπίζονται όλες οι κορυφές συνεχών διακυμάνσεων της γραμμής. Στη μελέτη της Marino διατηρείται μέρος αυτών. Θεωρώντας ως έγκυρο μέτρο σύγκρισης τη μελέτη της Marino, καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως ορισμένα εκ των ‘πρόσθετων’ σημείων θα μπορούσαν να μην θεωρηθούν κρίσιμα, αφού βρίσκονται σε θέσεις χαμηλής σημαντικότητας ή προέρχονται από ατέλειες του δείκτη LR. Παρόλα αυτά, ένα μέρος των ‘πρόσθετων’ σημείων μπορούν να θεωρηθούν ως κρίσιμα, συγκρίνοντάς τα με τα κρίσιμα σημεία που βρέθηκαν σε παρόμοιες περιοχές των γραμμών.

Εξετάζοντας τον συνολικό αριθμό των κρίσιμων σημείων που εντοπίζονται από την εφαρμογή των δεικτών LLR και ALR, εξάγονται σημαντικά συμπεράσματα για την ποιότητά τους. Με μια πρώτη ματιά, γίνεται φανερό πως το ποσοστό επιτυχίας των δύο δεικτών στον εντοπισμό των κρίσιμων σημείων που παρουσιάζονται στις μελέτες των Marino και Thara είναι σχεδόν το ίδιο (ο δείκτης LLR παρουσιάζει ελαφρώς καλύτερα αποτελέσματα στις τρεις από τις τέσσερις γραμμές). Εκτός ελαχίστων εξαιρέσεων, τα κρίσιμα σημεία που εντοπίζονται είναι κοινά. Η διαφοροποίηση μεταξύ των δύο δεικτών έγκειται στον συνολικό αριθμό σημείων που επιλέγονται ως κρίσιμα. Παρατηρείται, πως ο αριθμός των κρίσιμων σημείων που προκύπτουν από την εφαρμογή του ALR είναι σημαντικά μικρότερος. Εξαιρέση αποτελεί μόνο η γραμμή του Thara, όπου ανιχνεύεται ίσος αριθμός κρίσιμων σημείων από τους δύο δείκτες. Εξετάζοντας τα επιπλέον κρίσιμα σημεία που εντοπίζονται από την εφαρμογή του δείκτη LLR, παρατηρείται πως σημαντικό μέρος αυτών αποδίδουν τοπικές εξάρσεις της γραμμής, ελάσσονος σημαντικότητας για τη διατήρηση, συνολικά, της μορφής της. Για παράδειγμα, πολλά από τα σημεία αυτά εντοπίζονται σε πολύ κοντινές θέσεις ‘κοινών’ κρίσιμων σημείων ή σε θέσεις ομαλών ή μέσων διαταραχών που προηγούνται ή έπονται απότομων σπασιμάτων της γραμμής. Οι τιμές του δείκτη ALR, σε αυτές τις περιπτώσεις, παρουσιάζονται ομαλοποιημένες. Δηλαδή, δεν εμφανίζουν τοπικό μέγιστο, αλλά είναι αύξουσες ή φθίνουσες, προς ή από το τοπικό μέγιστο του σημείου μεγαλύτερης μεταβολής κλίσης. Εμφανίζονται, βέβαια, (ελάχιστες) περιπτώσεις που, λόγω της συγκεκριμένης συμπεριφοράς των τιμών του ALR, δεν επιλέγονται κρίσιμα σημεία που εμφανίζονται σε αντίστοιχες θέσεις. Παράλληλα, η εκτίμηση της καμπυλότητας της ευρύτερης περιοχής γύρω από κάθε σημείο, μέσω της εφαρμογής του δείκτη ALR, βοηθά στον ευκολότερο εντοπισμό κρίσιμων σημείων που βρίσκονται σε απομονωμένες, ομαλές διακυμάνσεις της γραμμής ή θέσεις μικρής αλλαγής κλίσης. Τέλος, παρατηρείται πως, μέσω του δείκτη ALR, στις μεγάλες, ανοιχτές καμπύλες, τα κρίσιμα σημεία εντοπίζονται ακριβώς στην κορυφή αυτών (σε πολλές περιπτώσεις η χρήση του δείκτη LLR οδηγεί στον εντοπισμό γειτονικών σημείων).

Στον Πίνακα 2 παρουσιάζονται οι τιμές του δείκτη LR, πάνω από τις οποίες εντοπίζονται τα κοινά κρίσιμα σημεία με τις μελέτες των Marino και Thara.

Επιβεβαιώνεται, με τον τρόπο αυτό, ο ορισμός του ορίου επιλογής στην τιμή 1,04 και κατ' επέκταση η ιδέα πως κρίσιμα σημεία εντοπίζονται σε θέσεις με λόγο B:H<11:1.

**Πίνακας 2.** Τιμές του δείκτη LR σε κοινά κρίσιμα σημεία των μελετών των Marino και Thapa

Γραμμή	LLR	ALR
<b>Γραμμή Thapa</b>	1.061	1.059
<b>Ποταμός Shenandoah</b>	1.048	1.046
<b>Ποταμός Mancos</b>	1.048	1.049
<b>Ακτογραμμή Cape Argo</b>	1.040	1.048

Παράλληλα, θετικό μπορεί να χαρακτηριστεί το γεγονός πως ένα μεγάλο μέρος των θέσεων που επιλέχθηκαν από περισσότερους ερωτηθέντες κατά την εμπειρική διαδικασία της Marino, αντιστοιχούν σε υψηλές τιμές του δείκτη LR (ομάδες Β και Γ). Επιβεβαιώνεται, δηλαδή, η αρχή πως θέσεις υψηλής καμπυλότητας νοούνται ως σημαντικές από τον άνθρωπο. Η επιλογή, όμως, από τους ερωτηθέντες σημαντικών σημείων που αντιστοιχούν σε χαμηλές τιμές του δείκτη LR, καθώς και η ύπαρξη αρκετών σημείων υψηλών τιμών του LR που δεν θεωρούνται κρίσιμα αποτρέπει την θέσπιση μιας γενικής αρχής συσχετισμού τιμής LR και σημαντικότητας του σημείου.

Μια διεξοδικότερη, ποιοτική, ανάλυση των αποτελεσμάτων του δείκτη LR, σε σχέση με τη μορφολογία των απεικονιζόμενων γραμμών, οδηγεί στα παρακάτω:

- Λόγω της γεωμετρικής μορφής της θεωρητικής γραμμής του Thapa, η διαβάθμιση των τιμών του δείκτη LR είναι σε πλήρη συμφωνία με τη μορφή της γραμμής, ειδικά όταν εξετάζεται συνολικά. Εξετάζοντας τα αποτελέσματα λεπτομερέστερα, παρατηρείται ότι τα κρίσιμα σημεία της ομάδας Α αντιστοιχούν, κυρίως, στα μικρά σπασίματα της γραμμής, σε ομαλές κλίσεις (γωνίες θλάσης μέχρι 120°) και σε συνεχείς, μικρές καμπύλες της γραμμής. Η ομάδα Β αποτελείται κυρίως από τις συνεχείς, μεγάλες διακυμάνσεις και τις έντονες αλλαγές κλίσεων. Τέλος, η ομάδα Γ αντιστοιχεί σε θέσεις πολύ έντονων σπασιμάτων της κλίσης της γραμμής, σε οξείες ακίδες και σε μεσαίες και μεγάλες διακυμάνσεις. Τα κρίσιμα σημεία που δεν ανιχνεύονται από την εφαρμογή των δεικτών LLR και ALR είναι κοινά και εντοπίζονται σε θέσεις σχεδόν μηδενικής καμπυλότητας της γραμμής. Τα 'πρόσθετα' σημεία που λαμβάνονται ως κρίσιμα από την εφαρμογή του δείκτη ALR βρίσκονται σε μικρές, απότομες καμπύλες της γραμμής (με λόγο B:H=5.5:1) και σε θέσεις κορυφών συνεχών, μικρών κυματισμών της γραμμής, οι οποίες θα μπορούσαν να θεωρηθούν κρίσιμες (γειτονικές λαμβάνονται ως κρίσιμες από τον Thapa). Αντίστοιχα ισχύουν και για τα 'πρόσθετα' σημεία που επιλέγονται από τον δείκτη LLR, εκτός ενός που έχει να κάνει με την ευαισθησία του δείκτη στα τοπικά χαρακτηριστικά της γραμμής. Παρόλα αυτά, είναι σημαντικό το γεγονός, πως ο συνολικός αριθμός κρίσιμων σημείων που εντοπίζονται από τις δύο μεθόδους (Thapa και LR) είναι ακριβώς ο ίδιος (45). Γενικότερα, τα δύο μαθηματικά μοντέλα παρουσιάζουν μια άκρως ικανοποιητική ταύτιση στην επιλογή κρίσιμων σημείων.
- Αναφορικά με την ημιτονοειδούς μορφής γραμμή του Ποταμού Shenandoah, το ποσοστό επιτυχίας στον εντοπισμό των κρίσιμων σημείων που παρουσιάζονται στη μελέτη της Marino αγγίζει το απόλυτο, τόσο με την εφαρμογή του δείκτη LLR (50/53), όσο και του δείκτη ALR (51/53). Διατηρούνται όλες οι κορυφές των μεγάλων καμπυλών και των απότομων σπασιμάτων που χαρακτηρίζουν τη γραμμή. Μάλιστα, οι τιμές δείκτη LR που αντιστοιχούν στις θέσεις αυτές εντάσσονται στις ομάδες Β και Γ και αποτελούν την πλειοψηφία. Οι υπόλοιπες, που ανήκουν στην ομάδα Α, αντιστοιχούν σε ελαφρές κλίσεις

και απότομα, μικρά σπασίματα της γραμμής. Η κατηγοριοποίηση του δείκτη ανάλογα με το απεικονιζόμενο σχήμα επαληθεύεται, ενώ, αξίζει να σημειωθεί πως εξετάζοντας τις καμπύλες όχι τοπικά, αλλά στο σύνολό τους πάνω στη γραμμή, παρατηρείται πως οι τιμές του δείκτη αυξάνουν όσο πιο ‘οξείες’ είναι αυτές. Τα σημεία που δεν εντοπίζονται από τον δείκτη LLR βρίσκονται σε θέσεις χαμηλής μεταβολής της καμπυλότητας με λόγο  $B:H > 11:1$  (δεν εντοπίζεται ούτε από τον δείκτη ALR) και σε θέσεις απομονωμένων, ομαλών καμπυλών. Το ένα επιπλέον σημείο που δεν εντοπίζεται από τον δείκτη ALR βρίσκεται σε θέση που ακολουθεί απότομη καμπύλη, όπου η τιμές του εμφανίζονται φθίνουσες. Από την εφαρμογή των δεικτών LLR και ALR εντοπίζονται σημεία που, κατά τη μελέτη της Marino, δεν θεωρούνται κρίσιμα. Ο αριθμός τους δεν είναι μεγάλος, όμως παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Ένα μικρό μέρος των ‘πρόσθετων’ σημείων εντοπίζεται σε θέσεις μικρών, απότομων σπασμάτων της γραμμής, αντιστοιχούν σε χαμηλές τιμές των δεικτών LR (περίπου 1,05) και δεν γίνονται εύκολα αντιληπτά από τους ερωτηθέντες στη μελέτη της Marino. Τα υπόλοιπα ‘πρόσθετα’ σημεία που εντοπίζονται από την εφαρμογή του δείκτη LLR αποδίδουν τοπικές διαταραχές της γραμμής. Η πλειοψηφία τους εντοπίζεται σε άμεσα γειτονικές θέσεις κρίσιμων σημείων ή θέσεις ελάσσονος σημασίας για την απόδοση της μορφής της γραμμής. Με την εφαρμογή του δείκτη ALR, σχεδόν όλα τα παραπάνω σημεία εξαλείφονται. Στην γραμμή του Ποταμού Shenandoah φαίνεται καθαρά πως η εξέταση της καμπυλότητας σε ένα εύρος περιοχών γύρω από κάθε σημείο από τον δείκτη ALR βοηθάει στην απαλοιφή αρκετών ‘περιττών’ κρίσιμων σημείων που εντοπίζονται από τον δείκτη LLR. Συγχρόνως, όμως, στην εν λόγω γραμμή παρουσιάζεται μία σπανίως εμφανιζόμενη ατέλεια του δείκτη ALR. Τα πέντε από τα οκτώ ‘πρόσθετα’ σημεία ανήκουν στην ομάδα Γ και εντοπίζονται σε γειτονικές θέσεις κορυφών μεγάλων καμπυλών που θεωρούνται κρίσιμες. Το πρόβλημα δημιουργείται όταν, λόγω της μορφής της καμπύλης, η περιοχή εξέτασης για την ακτίνα  $R_4$  ξεπερνά τα όρια του ‘τοπικού’ και εκφράζει περισσότερο γενικευμένα χαρακτηριστικά της μορφής της γραμμής. Έτσι, ο δείκτης  $LR_{R_4}$  εμφανίζεται πολύ μεγάλος και αυξάνει την τιμή του δείκτη ALR. Το ζήτημα αυτό, αν και σπανίως εμφανιζόμενο, χρήζει διεξοδικότερης διερεύνησης.

- Όσον αφορά την μεγάλης πολυπλοκότητας γραμμή του Ποταμού Mancos, η πλειοψηφία των σημείων που θεωρούνται κρίσιμα στη μελέτη της Marino εντοπίζεται από τους δείκτες LR (38/40 χρησιμοποιώντας τον δείκτη LLR και 35/40 χρησιμοποιώντας τον δείκτη ALR). Τα κρίσιμα σημεία που δεν επιλέγονται εντοπίζονται σε θέσεις καμπυλών, οι οποίες γειτνιάζουν άμεσα με θέσεις καμπυλών μικρότερου λόγου  $B:H$  (άρα μεγαλύτερης τιμής LR) που θεωρούνται κρίσιμες. Η τιμή του δείκτη LR στις θέσεις αυτές δεν παρουσιάζει τοπικό μέγιστο, αλλά είναι φθίνουσα ή αύξουσα. Αυτό που χαρακτηρίζει την εφαρμογή του δείκτη LR στην γραμμή του Ποταμού Mancos είναι ο εντοπισμός μεγάλου αριθμού ‘πρόσθετων’ σημείων. Το γεγονός αυτό οφείλεται στη μορφολογία της. Πρόκειται για μία γραμμή μεγάλης πολυπλοκότητας, με συνεχείς, μεγάλες ή μικρές κυρτώσεις. Η δομή του δείκτη LR οδηγεί στον εντοπισμό μεγάλου μέρους αυτών (όσων ο λόγος  $B:H$  είναι μικρότερος του 11:1). Κατά την έρευνα της Marino, όμως, περίπου οι μισές χαρακτηρίζονται ως κρίσιμες. Με εξαίρεση δύο, η πλειοψηφία των κρίσιμων αυτών σημείων αντιστοιχούν σε τιμές του δείκτη LR μεγαλύτερες του 1,08. Συγχρόνως, ο κύριος όγκος των ‘πρόσθετων’ σημείων ανήκει στην ομάδα Α, και λιγότερα στις ομάδες Β και Γ. Σε μια γραμμή μεγάλης πολυπλοκότητας σαν αυτή του Ποταμού Mancos, ο περιορισμός στον αριθμό των προς επιλογή σημείων που θέτει η Marino στην έρευνά της θα μπορούσε να αποτελέσει μια εύκολη ερμηνεία της απόκλισης του αριθμού των κρίσιμων σημείων που παρουσιάζεται μεταξύ των δύο διαδικασιών. Δεχόμενοι, όμως, τη μελέτη της Marino ως βάση σύγκρισης και αναλύοντας τα αποτελέσματα, προκύπτει ένα βασικό χαρακτηριστικό της προτεινόμενης μεθόδου. Ο δείκτης LR παρουσιάζει ευαισθησία σε θέσεις μεγάλης πολυπλοκότητας της γραμμής. Όπως αποδεικνύεται από την εφαρμογή στην γραμμή του

Ποταμού Mancos, σε μια τέτοια περίπτωση, μόνο οι θέσεις μεγάλης μεταβολής της καμπυλότητας θα πρέπει να χαρακτηρίζονται σαν κρίσιμες. Έτσι εξηγείται το γεγονός ότι τα περισσότερα ‘πρόσθετα’ σημεία ανήκουν στις χαμηλές τιμές της ομάδας A ή σε τιμές σημείων που γειτνιάζουν με θέσεις μεγαλύτερης μεταβολής κλίσης. Απαιτείται, δηλαδή, ένα περαιτέρω ‘φιλτράρισμα’ των κρίσιμων σημείων. Το ζήτημα αυτό χρήζει διεξοδικότερης, μελλοντικής ανάλυσης.

- Αναφερόμενοι στην ακτογραμμή Cape Argo, οι τιμές του δείκτη LR αντιστοιχούν άμεσα στη μορφολογία της γραμμής. Σε αυτή τη γραμμή, όμως, εμφανίζεται το μικρότερο ποσοστό επιτυχίας στον εντοπισμό των κρίσιμων σημείων που παρουσιάζονται στη μελέτη της Marino (43/53 χρησιμοποιώντας τον δείκτη LLR και 38/53 τον δείκτη ALR). Το γεγονός αυτό οφείλεται, εν μέρει, στη μορφολογία της γραμμής (περιλαμβάνει τμήματα μεγάλης πολυπλοκότητας, αλλά και ευθύγραμμα τμήματα). Πολλά από τα κρίσιμα σημεία που παρουσιάζονται στη μελέτη της Marino εντοπίζονται σε θέσεις χαμηλής ή μηδενικής καμπυλότητας, όπου οι τιμές του δείκτη LR παρουσιάζονται μικρότερες από το όριο επιλογής. Παράλληλα, σε θέσεις μεγάλης πολυπλοκότητας επιλέγονται από τους ερωτηθέντες διαδοχικά, άμεσα γειτονικά σημεία ως κρίσιμα. Μέρος αυτών δεν εντοπίζεται από την εφαρμογή του δείκτη LR, αφού οι τιμές του παρουσιάζονται φθίνουσες ή αύξουσες, προς ή από το τοπικό μέγιστο αντίστοιχα. Όπως αναφέρεται παραπάνω, το φαινόμενο αυτό παρουσιάζεται κυρίως στον δείκτη ALR. Με την εφαρμογή του δείκτη LR εντοπίζονται σημεία που δεν χαρακτηρίζονται σαν κρίσιμα στη μελέτη της Marino. Ο αριθμός τους δεν είναι μεγάλος. Μάλιστα, μέσω του δείκτη ALR ο συνολικός αριθμός των κρίσιμων σημείων που εντοπίζονται είναι μικρότερος από αυτών της Marino, χωρίς να μεταβάλλεται η συνολική εικόνα της γραμμής. Τα ‘πρόσθετα’ σημεία ανήκουν και στις τρεις ομάδες των τιμών του LR. Εντοπίζονται είτε σε μικρές, ομαλές διαταραχές της γραμμής με μεγάλο λόγο B:H, είτε σε θέσεις απότομων μεταβολών της καμπυλότητας ή σε κορυφές συνεχών καμπύλων (μέρος των οποίων θεωρούν κρίσιμες οι ερωτηθέντες της Marino). Μέρος των ‘πρόσθετων’ σημείων που εντοπίζονται από το δείκτη LLR προέρχονται από την ευαισθησία του δείκτη στον εντοπισμό τοπικών ανωμαλιών της γραμμής.

Πρέπει να αναφερθεί ότι η μέθοδος του δείκτη LR εφαρμόστηκε και σε μη εξομαλυσμένα δεδομένα. Το συγκεκριμένο πείραμα έδειξε ότι εντοπίζονται τα ίδια ακριβώς κρίσιμα σημεία. Αυτό οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι οι παράμετροι της διαδικασίας διόρθωσης και εξομάλυνσης επιλέχθηκαν, ώστε να είναι κοντά στην ανοχή της ψηφιοποίησης της αναλογικής γραμμής, καθώς επίσης και στον ορισμό του κατώτατου ορίου των τιμών του δείκτη LR.

### 3.1.2 Πιλοτική εφαρμογή

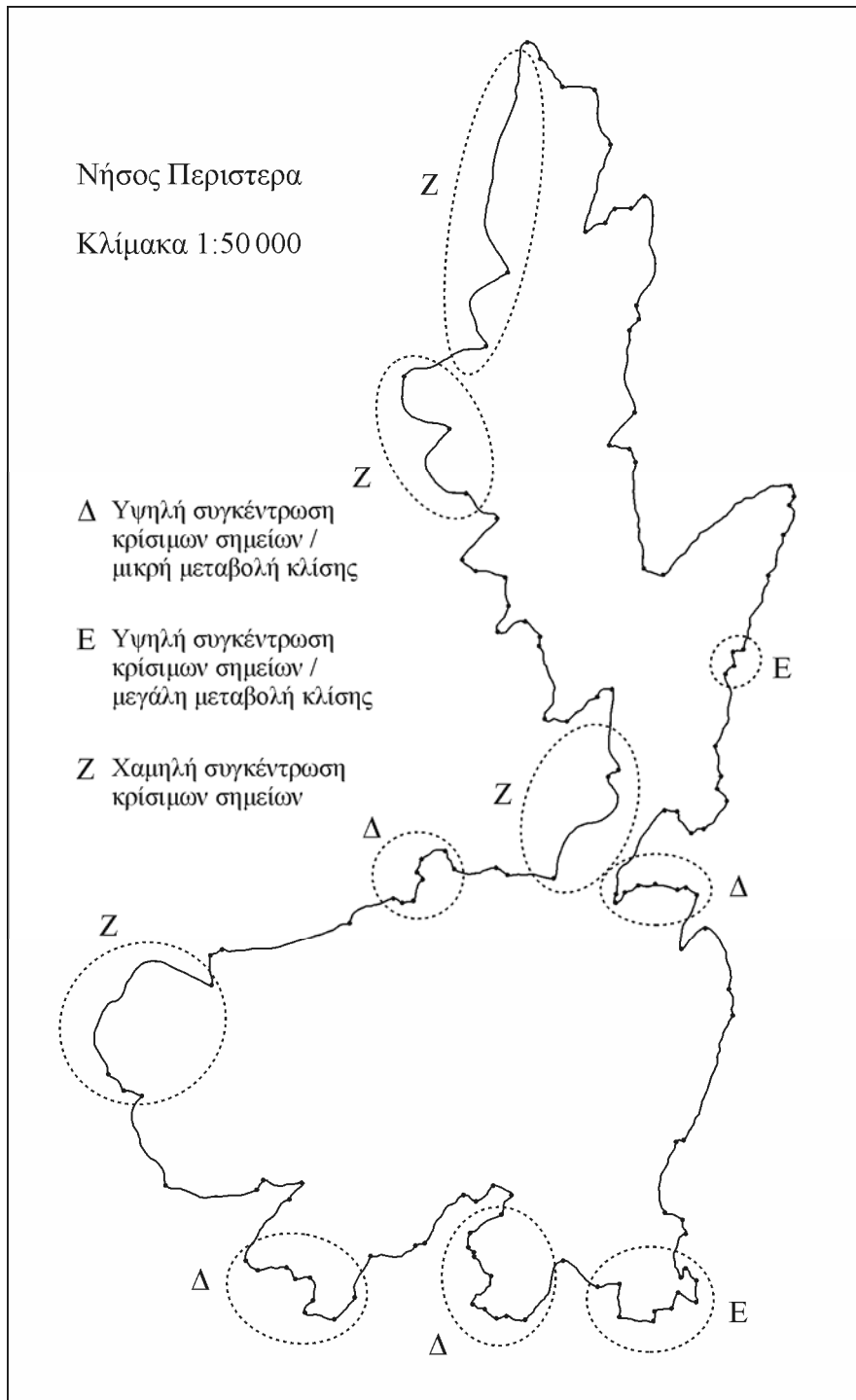
Ο δείκτης LR εφαρμόστηκε στην ακτογραμμή της νήσου Περιστερά, η οποία χαρακτηρίζεται από υψηλό βαθμό πολυπλοκότητας. Η ακτογραμμή έχει δημιουργηθεί μετά από ψηφιοποίηση αναλογικού χάρτη, κλίμακας 1:50.000, με μέσο βήμα ψηφιοποίησης 15m στο έδαφος (0,3mm στον χάρτη). Το τελικό αρχείο αναφοράς έχει προέλθει μετά από καθαρισμό, ώστε να απαλειφθούν σφάλματα ψηφιοποίησης (επαναχαράξεις, κόμβοι, αιχμές κτλ) και εξομάλυνση (ανεπαίσθητη μετατόπιση των σημείων, ώστε η γραμμή να αποκτήσει μία πιο ομαλή και ‘φυσική’ μορφή, χωρίς να μεταβληθεί η γεωγραφική θέση των σημείων και ο χαρακτήρας της) του πρωτογενούς, όπως προτείνεται από τον Jenks (1981). Τα δεδομένα διορθώθηκαν και εξομαλύνθηκαν με παραμέτρους κοντά στην ανοχή της ψηφιοποίησης της αναλογικής γραμμής.

Ο εντοπισμός των κρίσιμων σημείων της ακτογραμμής πραγματοποιήθηκε με τη εφαρμογή του δείκτη ALR. Εφαρμόστηκαν ακτίνες R=15m, R=30m, R=45m, R=60m στο έδαφος (0,3mm, 0,6mm, 0,9mm και 1,2mm στον χάρτη, αντίστοιχα) και κατώτερο όριο

επιλογής τέθηκε το 1,04. Τελικά, με την εφαρμογή της μεθόδου εντοπίζονται 135 κρίσιμα σημεία (5,6% των αρχικών). Στο Σχήμα 18 παρουσιάζεται η ακτογραμμή, καθώς και τα 135 κρίσιμα σημεία που εντοπίστηκαν.

Αξιολογώντας τη θέση των 135 κρίσιμων σημείων, παρατηρείται πως ικανοποιούν την βασική αρχή της 'διατήρησης της μορφής και του χαρακτήρα της γραμμής'. Θέσεις έντονων αλλαγών κλίσης ή σπασίματα της γραμμής που είναι σημαντικά για την αποτελεσματική αναπαράσταση του βασικού σχήματος της γραμμής εντοπίζονται με επιτυχία. Επίσης, τα αποτελέσματα της εφαρμογής συμβαδίζουν με την λογική της ομαδοποίησης των τιμών του δείκτη LR ανάλογα με το απεικονιζόμενο σχήμα. Γενικά, από τα 135 κρίσιμα σημεία που εντοπίζονται, τα 87 ανήκουν στην ομάδα Α, τα 28 στην ομάδα Β και τα 20 στην ομάδα Γ.

Μια διεξοδικότερη αξιολόγηση των 135 κρίσιμων σημείων σε τοπικό επίπεδο, οδηγεί σε διάφορα σχόλια, που, κυρίως, έχουν να κάνουν με τμήματα της γραμμής, στα οποία παρουσιάζεται πυκνότερη ή πιο αραιή από την αναμενόμενη συγκέντρωση αυτών. Υπάρχουν θέσεις, όπου παρουσιάζονται υψηλές συγκεντρώσεις κρίσιμων σημείων, όπως αυτές που υποδεικνύονται με τα γράμματα Δ και Ε στο Σχήμα 18. Αυτό καταδεικνύει πως η μέθοδος του δείκτη LR οδηγεί σε υπερεκτίμηση των κρίσιμων σημείων σε περιοχές υψηλής πολυπλοκότητας της γραμμής, γεγονός που μπορεί να θεωρηθεί ως μειονέκτημα, αφού η διατήρηση της λεπτομέρειας δεν συμβαδίζει με την έννοια των κρίσιμων σημείων. Οι τιμές του δείκτη ALR που αντιστοιχούν στις περιοχές αυτές δεν κατατάσσονται σε μια συγκεκριμένη ομάδα τιμών του δείκτη LR, αλλά συμβαδίζουν με τη μορφή της γραμμής στην εκάστοτε περιοχή. Σε περιοχές ομαλής μεταβολής της καμπυλότητας (υποδεικνύονται με το γράμμα Δ στο Σχήμα 18), οι τιμές του δείκτη ALR ανήκουν κατά κύριο λόγο στην ομάδα Α και δευτερευόντως στην ομάδα Β. Αντίθετα, σε περιοχές απότομων μεταβολών της καμπυλότητας (υποδεικνύονται με το γράμμα Ε στο Σχήμα 18), οι τιμές του δείκτη ALR ανήκουν στην ομάδα Β ή και στην ομάδα Γ. Η ίδια συμπεριφορά παρατηρείται, επίσης, και κατά την ανάλυση των αποτελεσμάτων της εφαρμογής της μεθόδου LR στην γραμμή του Ποταμού Mancos (γραμμή υψηλής πολυπλοκότητας), όπου αρκετές κορυφές που συνδέονται με τοπικά μέγιστα του δείκτη LR δεν είχαν επιλεγεί ως κρίσιμα στην εμπειρική μελέτη της Magino. Αυτή η ανεπάρκεια μπορεί να εξηγηθεί από το γεγονός ότι το ανάπτυγμα L, και κατ' επέκταση ο δείκτης LR, εκτός της καμπυλότητας, αυξάνει ανάλογα και με την πολυπλοκότητα της γραμμής. Φαίνεται ότι ο δείκτης LR είναι περισσότερο ευαίσθητος σε αυτές τις περιπτώσεις.



**Σχήμα 18:** Ακτογραμμή της νήσου Περίστερα και τα 135 κρίσιμα σημεία

Σε σύγκριση με παλαιότερες εφαρμογές του δείκτη LLR στη γραμμή, μέσω του δείκτη ALR εντοπίζονται σαφώς λιγότερα σημεία στις θέσεις υψηλής πολυπλοκότητας. Κάτι τέτοιο είναι λογικό, αφού εξετάζεται μια ευρύτερη περιοχή στην εκτίμηση της καμπυλότητας. Οι τιμές του ALR που αντιστοιχούν στις θέσεις πολυπλοκότητας εμφανίζονται ομαλοποιημένες (φθίνουσες ή αύξουσες προς σημεία μεγαλύτερης μεταβολής κλίσης ή κάτω από το όριο επιλογής). Η ιδιότητα αυτή του ALR ανοίγει τις προοπτικές για περαιτέρω διερεύνηση των περιοχών εξέτασης (δηλαδή των ακτινών εφαρμογής), ώστε να περιορισθεί ή να απαλειφθεί το φαινόμενο. Η δυσκολία έγκειται στην εύρεση τέτοιων



ακτινών που να μην επιδρούν αρνητικά στην εκτίμηση της καμπυλότητας των υπολοίπων θέσεων της γραμμής.

Μία δεύτερη παρατήρηση αφορά σε περιοχές της γραμμής με πιο αραιή, από το αναμενόμενο, συγκέντρωση κρίσιμων σημείων (υποδεικνύονται με το γράμμα Z στο Σχήμα 18). Οι περιπτώσεις αυτές έχουν, κυρίως, να κάνουν με διευρυμένες, επιμήκειες χερσονήσους με σταθερή αλλαγή κλίσης, που δεν εντοπίζονται. Το γεγονός αυτό, εν μέρει, αποτελεί μειονέκτημα της μεθόδου, αφού αυτές οι καμπύλες θα μπορούσαν να θεωρηθούν απαραίτητες για τη διατήρηση του βασικού σχήματος της γραμμής. Οι τιμές του δείκτη LR που αντιστοιχούν στις κορυφές που καθορίζουν το σχήμα τους είναι σταθερές (ή χαρακτηρίζονται από πολύ μικρές διακυμάνσεις) και, ταυτόχρονα είναι μικρότερες από την τιμή του ορίου επιλογής (κυμαίνονται από 1,025 μέχρι 1,039). Το πρόβλημα θα μπορούσε να επιλυθεί με την μείωση του ορίου επιλογής. Χρειάζεται, όμως, ιδιαίτερη προσοχή και ανάλυση, αφού κάτι τέτοιο θα σήμαινε διατήρηση αριθμού κορυφών σαν κρίσιμες πέραν του επιθυμητού. Συγχρόνως, λόγω των παραπάνω, οι καμπύλες αποδίδονται με τον ελάχιστο αριθμό κορυφών (στα ενδιάμεσα σημεία που τις διαμορφώνουν αντιστοιχούν χαμηλές τιμές του δείκτη LR), με αποτέλεσμα να έχουν την μορφή μεγάλων σφηνών, οι οποίες οπτικά δεν είναι απόλυτα αποδεκτές. Το φαινόμενο αυτό είχε παρατηρηθεί και κατά την εφαρμογή του δείκτη στην ημιτονοειδούς μορφής γραμμή του Ποταμού Shenandoah. Όμως, σε μια μεθοδολογία εντοπισμού κρίσιμων σημείων η σημασία του προβλήματος περιορίζεται, γεγονός που φαίνεται και από την απόλυτη ταύτιση των σημείων που εντοπίζονται μέσω του δείκτη LR, με τα αντίστοιχα της εμπειρικής μελέτης της Marino και του Thara. Η μέθοδος του δείκτη LR είναι δομημένη με τέτοιο τρόπο, ώστε να εντοπίζονται οι θέσεις των χαρακτηριστικών αλλαγών της κλίσης, στις οποίες, σύμφωνα με τον Atneave (1954), εμφανίζονται τα κρίσιμα σημεία. Κατά συνέπεια, αυτές οι χαρακτηριστικές μορφές που παρουσιάζονται στην ακτογραμμή της Νήσου Περιστέρα δεν περιέχουν κρίσιμα σημεία.

### 3.1.3 Σύγκριση δύο αλγορίθμων απλοποίησης γραμμών

Η ακτογραμμή της νήσου Περιστέρα γενικεύεται μέσω δύο αλγορίθμων απλοποίησης (τους `pointremove` και `bendsimplify`) χρησιμοποιώντας το λογισμικό ArcInfo (© ESRI v.9.1). Ο αλγόριθμος απλοποίησης `pointremove` βασίζεται στον αλγόριθμο που επινοήθηκε από τους Douglas και Peucker (1973), με ορισμένες μικρές τροποποιήσεις. Η λειτουργία, για την οποία οι Douglas και Peucker (1973), αρχικά, δημιούργησαν τον αλγόριθμο ήταν ο καθαρισμός των πρωτογενών ψηφιακών δεδομένων, δηλαδή η απαλοιφή των περιττών σημείων (λεπτομερειών) που 'εισάγονται' κατά τη διαδικασία ψηφιοποίησης των αναλογικών γραμμών, ώστε να παράγονται οι τελικές απεικονίσεις των γραμμών. Στη συνέχεια, χρησιμοποιήθηκε από τους χαρτογράφους ως αλγόριθμος απλοποίησης. Ο αλγόριθμος είναι δομημένος με τέτοιο τρόπο, ώστε να διατηρούνται τα σημεία που βρίσκονται στα τμήματα αλλαγής της κλίσης της γραμμής και να απαλείφονται τα υπόλοιπα. Ο αλγόριθμος απλοποίησης `bendsimplify` είναι μια περαιτέρω ανάπτυξη της ιδέας που παρουσιάστηκε από την Visvalingam και τον Whyatt (1993) και είναι βασισμένος στην έρευνα που επινοήθηκε από τους Wang και Müller (1998). Είναι ένας αλγόριθμος απλοποίησης γραμμών που στοχεύει στη διατήρηση των κυρτώσεων μιας γραμμής. Η εφαρμογή του βασίζεται στον εντοπισμό των κυρτώσεων, την ανάλυση των ιδιοτήτων τους, και, τελικά την, βάσει αυτών, απαλοιφή των ασήμαντων κυρτώσεων.

Στόχος του συγκεκριμένου μέρους της έρευνας είναι η σύγκριση των δύο αλγορίθμων απλοποίησης με μέτρο τα κρίσιμα σημεία που έχουν εντοπισθεί από την εφαρμογή του δείκτη LR στην αρχική ακτογραμμή. Βάσει αυτών, αναλύονται οι διατηρούμενες κορυφές των απλοποιημένων γραμμών, ως προς την ποσότητα, αλλά και ως προς την ποιότητά τους. Τα σενάρια της γενίκευσης περιλαμβάνουν την απλοποίηση της ακτογραμμής σε πέντε

διαφορετικά επίπεδα, μέσω του εκάστοτε αλγορίθμου. Οι παράγωγες ακτογραμμές παρουσιάζονται στις ονομαστικές κλίμακες 1:100.000, 1:250.000, 1:1.000.000 και 1:2.000.000 αντίστοιχα. Σε κάθε περίπτωση, ο αριθμός των διατηρούμενων κορυφών καθορίζεται σύμφωνα με τις ‘Αρχές της Επιλογής’ (Töpfer and Pillewizer 1966), η οποία για την περίπτωση των ακτογραμμών (γραμμικά σύμβολα ίσου πάχους) εκφράζεται από τη

σχέση:  $n = n_0 \frac{S}{S_0}$ , όπου  $S_0$  και  $n_0$  η κλίμακα και ο αριθμός κορυφών του αρχικού χάρτη και

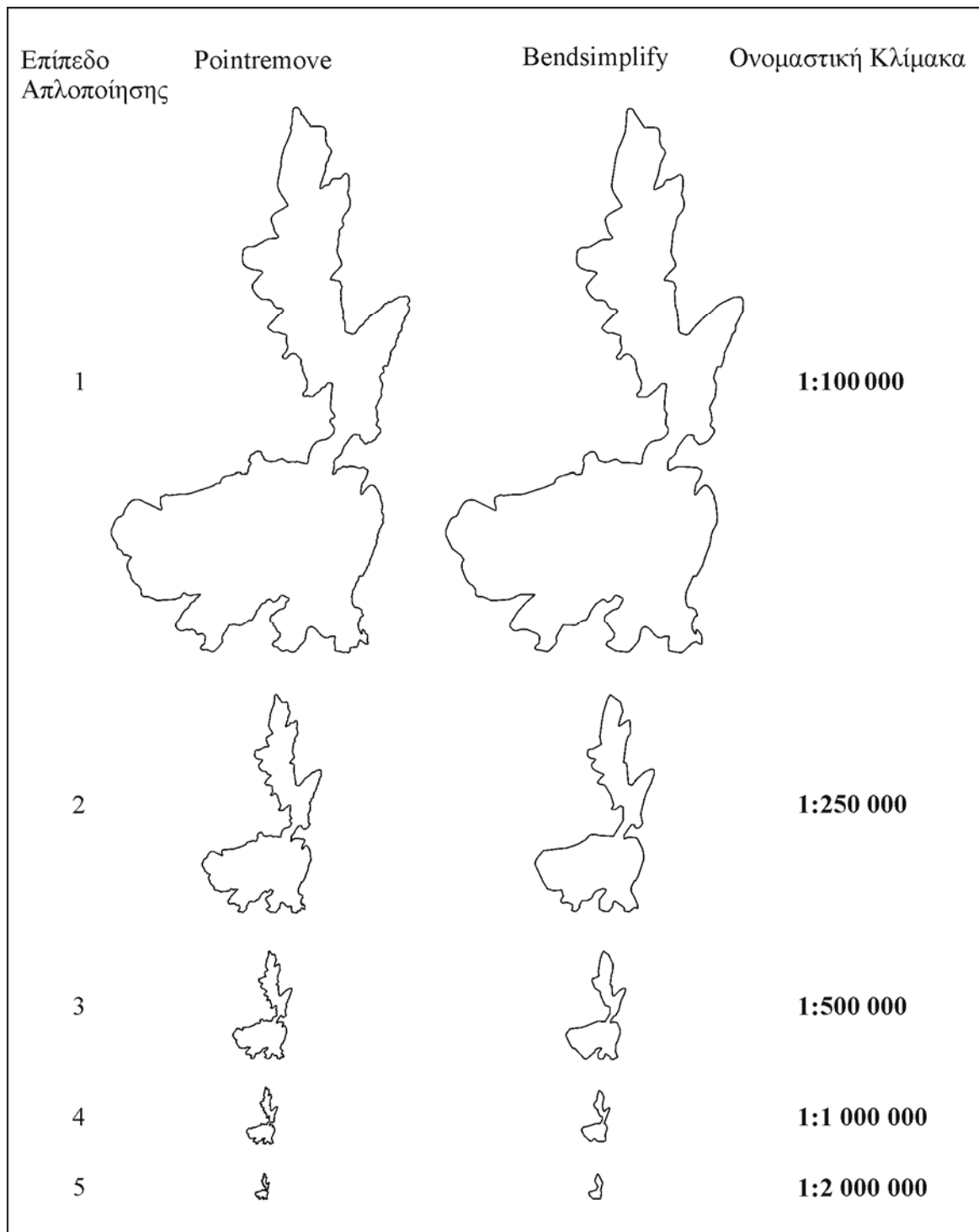
$S$  και  $n$  του παράγωγου, αντίστοιχα. Ο αριθμός των σημείων που απαιτούνται για να αναπαρασταθεί μια γενικευμένη γραμμή δεν μεταβάλλεται πάντα γραμμικά ως προς την κλίμακα. Εντούτοις, όταν η γραμμή και η αναλογία αλλαγής της κλίμακας είναι συγκεκριμένες, οι ‘Αρχές της Επιλογής’ μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως γενικός αποδεκτός χαρτογραφικός κανόνας για να υπολογιστούν τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα της παράγωγης γραμμής. Στην εφαρμογή, χρησιμοποιούνται οι ‘Αρχές της Επιλογής’ με σκοπό, μόνο, να προσδιοριστούν οι κατάλληλες τιμές ανοχών για την εφαρμογή των αλγορίθμων. Οι ανοχές καθορίζονται με τρόπο, ώστε να εξισωθεί ο αριθμός των διατηρούμενων κορυφών σε κάθε επίπεδο απλοποίησης και για τους δύο αλγορίθμους. Στον Πίνακα 3 παρουσιάζονται οι παράμετροι των πέντε επιπέδων απλοποίησης της ακτογραμμής και στο Σχήμα 19 απεικονίζονται οι απλοποιημένες ακτογραμμές.

**Πίνακας 3.** Διατηρούμενες κορυφές για τα πέντε σενάρια απλοποίησης μετά από την εφαρμογή των ‘Αρχών της Επιλογής’

<b>Επίπεδο</b>	<b>Ονομαστική κλίμακα χάρτη</b>	<b>Διατηρούμενες κορυφές</b>
<b>1</b>	1:100.000	1207 (50%)
<b>2</b>	1:250.000	485 (20%)
<b>3</b>	1:500.000	246 (10%)
<b>4</b>	1:1.000.000	129 (5%)
<b>5</b>	1:2.000.000	61 (2.5%)

**Πίνακας 4.** Διατηρούμενα κρίσιμα σημεία στα πέντε σενάρια απλοποίησης

<b>Επίπεδο Απλοποίησης</b>	<b>Διατηρούμενα Κρίσιμα Σημεία Pointremove</b>	<b>Bendsimplify</b>
<b>1</b>	135 (100%)	113 (84%)
<b>2</b>	130 (96%)	66 (49%)
<b>3</b>	114 (84%)	39 (29%)
<b>4</b>	73 (54%)	20 (15%)
<b>5</b>	35 (26%)	8 (6%)



**Σχήμα 19:** Απλοποιημένες ακτογραμμές της νήσου Περιστερά σε πέντε παράγωγες κλίμακες

Στον Πίνακα 4 παρουσιάζεται ο αριθμός των κοινών σημείων που μοιράζεται κάθε επίπεδο απλοποίησης με το σύνολο των εντοπισμένων, μέσω του δείκτη LR, κρίσιμων σημείων στην αρχική γραμμή κλίμακας 1:50.000. Στο πρώτο επίπεδο απλοποίησης, όπου ο αριθμός των σημείων που διατηρούνται είναι μεγάλος (50% των αρχικών), παρατηρείται πως ο αλγόριθμος pointremove διατηρεί το απόλυτο των κρίσιμων σημείων, ενώ ο bendsimplify το 84% αυτών. Με την αύξηση του επιπέδου απλοποίησης, τα ποσοστά διατήρησης κρίσιμων σημείων από τον αλγόριθμο bendsimplify μειώνονται σε μεγάλο βαθμό. Ήδη, από το δεύτερο επίπεδο απλοποίησης, ο bendsimplify διατηρεί λιγότερα από τα μισά κρίσιμα σημεία (49%). Ενδιαφέρον παρουσιάζει το τέταρτο επίπεδο απλοποίησης,

όπου (συμπτωματικά) ο αριθμός των σημείων που διαμορφώνουν τις απλοποιημένες γραμμές (129) είναι περίπου ίσος με αυτόν των κρίσιμων σημείων (135). Παρατηρείται πως ο αλγόριθμος *bendsimplify* διατηρεί μόλις των 15% των κρίσιμων σημείων. Στο πέμπτο επίπεδο, όπου ο αριθμός των σημείων που διαμορφώνουν τις απλοποιημένες γραμμές είναι μικρότερος από αυτόν των κρίσιμων σημείων (και επομένως είναι πρακτικά αδύνατο να υπάρξει απόλυτη σύμπτωση των αποτελεσμάτων) ο *bendsimplify* διατηρεί ελάχιστα κρίσιμα σημεία. Αντίθετα, ο αλγόριθμος *pointremove* διατηρεί σχεδόν το απόλυτο των κρίσιμων σημείων και στο δεύτερο επίπεδο απλοποίησης, ενώ στο τρίτο το ποσοστό υπερβαίνει το 80%. Στο τέταρτο επίπεδο, διατηρεί το 54% των κρίσιμων σημείων. Δηλαδή, σε ένα επίπεδο διατήρησης, σχεδόν, ίσου αριθμού σημείων, πάνω από τα μισά που εντοπίζονται από τον αλγόριθμο *pointremove* είναι κρίσιμα. Ακόμη και στο πέμπτο επίπεδο, πάνω από τα μισά σημεία που διατηρούνται από τον αλγόριθμο *pointremove* (35 από τα 61) θεωρούνται κρίσιμα.

Παρόμοια αποτελέσματα συναντώνται και στην έρευνα της White (1985), όπου αξιολογήθηκαν διάφοροι αλγόριθμοι απλοποίησης γραμμών. Η αξιολόγηση των δύο αλγορίθμων σε απόλυτους αριθμούς, με μια πρώτη ματιά, υποδηλώνει ότι ο αλγόριθμος *bendsimplify* σε σχέση με τον *pointremove* παρουσιάζει συγκεκριμένα μειονεκτήματα, δεδομένου ότι ένας σημαντικός αριθμός των σημείων που διατηρούνται από την εφαρμογή του δεν συμπίπτει με τα προκαθορισμένα κρίσιμα σημεία. Ωστόσο, ποια κρίσιμα σημεία απαλείφει ο αλγόριθμος *bendsimplify*; Επιπλέον, είναι αυτά τα σημεία σημαντικής σπουδαιότητας για τη διατήρηση της βασικής μορφής της ακτογραμμής;

Το σύνολο των σημείων που διατηρούνται από τους δύο αλγορίθμους απλοποίησης και είναι, συγχρόνως, κρίσιμα σημεία της αρχικής γραμμής ταξινομούνται στις τρεις ομάδες (Α, Β και Γ) των τιμών του δείκτη LR. Τα αποτελέσματα, για τα πέντε σενάρια απλοποίησης, παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.

**Πίνακας 5.** Διατηρούμενα κρίσιμα σημεία ταξινομημένα στις τρεις ομάδες τιμών του δείκτη LR μετά από τα πέντε σενάρια απλοποίησης

Επίπεδο Απλοποίησης	Ομάδα Α		Ομάδα Β		Ομάδα Γ	
	P*	B**	P*	B**	P*	B**
1	87	75	28	20	20	18
2	83	46	28	13	19	7
3	69	29	26	7	19	3
4	37	14	17	5	19	1
5	15	6	6	1	14	1
<b>Αρχική Γραμμή</b>	87		28		20	

\* Pointremove, \*\* Bendsimplify

Παρατηρώντας τον Πίνακα 5, γίνεται προφανές ότι η πλειοψηφία των σημείων που επιλέγονται από τον αλγόριθμο *bendsimplify* αντιστοιχεί στην ομάδα Α, ενώ ο αριθμός των κορυφών που αντιστοιχούν σε μεσαίες ή υψηλές τιμές του δείκτη LR (ομάδες Β και Γ) είναι μικρός. Ουσιαστικά, από το δεύτερο επίπεδο απλοποίησης και μετά, ο αλγόριθμος *bendsimplify* δεν διατηρεί σημεία υψηλών τιμών του δείκτη LR. Σε κάθε περίπτωση, περισσότερο από το 70% των διατηρούμενων σημείων ανήκουν στην ομάδα Α. Στην πραγματικότητα, η πλειοψηφία των τιμών της ομάδας Α κυμαίνεται σε αρκετά χαμηλά επίπεδα (από 1,04 μέχρι 1,08). Πρακτικά, αυτό υποδηλώνει ότι διατηρούνται κορυφές που αναπαριστούν θέσεις ομαλών αλλαγών της κλίσης (αυτές οι περιοχές καθορίζουν, συνήθως, τα άκρα και τις αιχμές των καμπυλών με μεγάλες διακυμάνσεις), που είναι απαραίτητες για τη διατήρηση της μορφής της γραμμής. Οι απλοποιημένες γραμμές παρουσιάζονται, σε μεγάλο βαθμό, εξομαλυμένες. Στα δύο πρώτα επίπεδα απλοποίησης, ο αλγόριθμος *bendsimplify* διατηρεί όλες τις μεγάλες, ανοιχτές καμπύλες (Σχήμα 11 και περιοχές που

υποδεικνύονται με το γράμμα F στο Σχήμα 10). Παράλληλα, διατηρούνται οι περιοχές μεγάλης πολυπλοκότητας που αντιστοιχούν σε μικρές τιμές του δείκτη LR (Σχήμα 11 και περιοχές που υποδεικνύονται με το γράμμα D στο Σχήμα 10), ενώ αυτές που αντιστοιχούν σε μεγάλες τιμές του δείκτη LR (Σχήμα 11 και περιοχές που υποδεικνύονται με το γράμμα E στο Σχήμα 10), δεν διατηρούνται. Στα επόμενα επίπεδα απλοποίησης, οι θέσεις έντονης πολυπλοκότητας απαλείφονται. Συγχρόνως, όμως, διαμορφώνονται μόνο οι πολύ μεγάλες, ανοιχτές καμπύλες (μάλιστα ορισμένες συνενώνονται με τις γειτονικές τους). Ορισμένοι απότομοι κόλποι και χερσόνησοι δεν διατηρούνται. Στα δύο τελευταία επίπεδα απλοποίησης, το τελικό σχήμα είναι στρογγυλοποιημένο (ομοιάζει με περίγραμμα γύρω από τα ακραία σημεία της ακτογραμμής).

Ο αλγόριθμος `pointremove` διατηρεί την πλειοψηφία των κρίσιμων σημείων στα δύο πρώτα επίπεδα απλοποίησης. Επιπλέον, οι παράγωγες γραμμές διατηρούν την ίδια κατανομή των κρίσιμων σημείων στις τρεις ομάδες με την αρχική γραμμή. Στον Πίνακα 4 φαίνεται πως το μεγαλύτερο μέρος των διατηρημένων κορυφών ανήκει στην ομάδα A. Αυτό συνεπάγεται τη διατήρηση των χαρακτηριστικών κλίσεων της υπό εξέταση γραμμής. Με την αύξηση του επιπέδου απλοποίησης, όπου ο αριθμός των κρίσιμων σημείων μειώνεται, παρατηρείται πως το ποσοστό αυτών που ανήκουν στην ομάδα A μειώνεται, ενώ, αντίστοιχα, αυξάνει το ποσοστό των σημείων που ανήκουν στις ομάδες B και Γ. Αυτό δείχνει πως δεν διατηρούνται θέσεις ομαλών κλίσεων, σε αντίθεση με τις μεγάλες κλίσεις της γραμμής. Ο αλγόριθμος `pointremove` διατηρεί και στα πέντε επίπεδα απλοποίησης τις μεγάλες, ευρείες καμπύλες (Σχήμα 19 και περιοχές που υποδεικνύονται με το γράμμα Z στο Σχήμα 18). Στα δύο τελευταία επίπεδα, όμως, αυτές αποδίδονται με τα ελάχιστα σημεία, με αποτέλεσμα η μορφή τους να είναι περισσότερο οξεία. Η πολυπλοκότητα της γραμμής στα δύο πρώτα επίπεδα απλοποίησης διατηρείται στο απόλυτο. Στο τρίτο επίπεδο απλοποίησης, τα σημεία αυτών με πολύ μικρές τιμές του δείκτη ALR απαλείφονται, στο τέταρτο εντοπίζονται μόνο αυτές που ανήκουν στην ομάδα Γ (και μερικές της ομάδας B), ενώ στο τελευταίο δεν εντοπίζονται.

Συγκρίνοντας τους δύο αλγορίθμους απλοποίησης γραμμών, βάσει των κρίσιμων σημείων που εντοπίζονται από το δείκτη LR, παρατηρούνται αρκετές διαφορές. Αυτό προσφέρει έδαφος για να εξεταστούν οι αποκλίσεις μεταξύ των δύο αλγορίθμων όσον αφορά τη δομή τους. Επιπλέον, με γνώση των ιδιοτήτων των κρίσιμων σημείων ολοκληρώνεται μια ποσοτική αξιολόγηση των διαφοροποιήσεων που παρουσιάζονται. Τα κρίσιμα σημεία που διατηρούνται από τους δύο αλγορίθμους σε κάθε επίπεδο απλοποίησης, και η ταξινόμησή τους στις τρεις ομάδες τιμών του δείκτη LR, μπορούν να μας επιτρέψουν να προβούμε σε μια ποσοτική ανάλυση αυτού που γίνεται αντιληπτό από το ανθρώπινο μάτι.

Η φιλοσοφία της δομής του αλγορίθμου `pointremove` είναι αρκετά κοντά σε αυτή του δείκτη LR και έτσι, ως ένα βαθμό, τα αποτελέσματα συγκλίνουν. Αντίθετα, ο αλγόριθμος `bendsimplify`, έχοντας σαφώς διαφορετική δομή (δημιουργία και εξέταση κυρτώσεων της γραμμής) παρουσιάζει σημαντικές αποκλίσεις. Η διατήρηση των θέσεων υψηλής πολυπλοκότητας της γραμμής από τον αλγόριθμο `pointremove` μπορεί να θεωρηθεί μειονέκτημα του αλγορίθμου, ειδικά στα υψηλά επίπεδα απλοποίησης. Ακόμη και η διατήρηση των μεγάλων, ανοιχτών καμπυλών σε μικρές κλίμακες θα μπορούσε να θεωρηθεί σαν διατήρηση της λεπτομέρειας. Παράλληλα, η διατήρηση σημείων μεγάλης τιμής του δείκτη LR από τον `pointremove` δημιουργεί μια πιο 'οξεία' μορφή της τελικής γραμμής, κυρίως στα μεγάλα επίπεδα απλοποίησης. Αντίθετα, ο αλγόριθμος `bendsimplify` εξαλείφει τη λεπτομέρεια, ανάλογα με το επίπεδο απλοποίησης. Επιπλέον, ελαχιστοποιεί τη πολυπλοκότητα της γραμμής, αλλά διατηρεί τη βασική μορφή της (μέγιστο της καμπυλότητάς της), αφού το μεγαλύτερο μέρος των κρίσιμων σημείων από αυτά που εντοπίζονται στην αρχική γραμμή και διατηρούνται στις παράγωγες ανήκει στην ομάδα A.

Κατά συνέπεια, συνοψίζοντας τα αποτελέσματα της σύγκρισης των δύο αλγορίθμων, με βάση την προτεινόμενη μέθοδο εντοπισμού κρίσιμων σημείων μέσω του δείκτη LR και την ταξινόμησή τους στις τρεις ομάδες τιμών του δείκτη (A, B, Γ), συμπεραίνεται πως ο αλγόριθμος bendsimplify μπορεί να θεωρηθεί χαρτογραφικά ως πιο κατάλληλος από τον αλγόριθμο pointremove, ειδικά για την απεικόνιση των γραμμών σε πολύ μικρές κλίμακες. Οι παράγωγες γραμμές με την εφαρμογή του αλγορίθμου bendsimplify μπορούν να θεωρηθούν οπτικά και ‘αισθητικά’ εγκυρότερες.

Αξιολογώντας τα κρίσιμα σημεία που εντοπίζονται με την εφαρμογή του ALR, με βάση τα αποτελέσματα της εφαρμογής και την φιλοσοφία των δύο αλγορίθμων, συμπεραίνεται πως ένα μεγάλο μέρος τους είναι πραγματικά αναγκαίο για τη διατήρηση της μορφής και του χαρακτήρα της γραμμής. Η διατήρηση από τον bendsimplify σημείων που, κατά κύριο λόγο, ανήκουν στην ομάδα A αναδεικνύει το γεγονός πως είναι απαραίτητα για τον προσδιορισμό ομαλών θέσεων της γραμμής. Αντίστοιχα, η διατήρηση θέσεων που ανήκουν στις ομάδες B και Γ από τον pointremove αναδεικνύει το γεγονός πως ‘απότομα’ σπασίματα αποτελούν τα ακραία, χαρακτηριστικά σημεία του σχήματος της γραμμής. Επιβεβαιώνεται, όμως, η αρχική εκτίμηση πως ο αριθμός τους θα μπορούσε να είναι μικρότερος αν εξαλείφονταν μέρος αυτών που προσδίδουν λεπτομέρεια στη γραμμή. Επίσης, θα ήταν θετικό αν εντοπίζονταν οι κορυφές σε όλες τις μεγάλες, ανοιχτές καμπύλες της γραμμής, αφού αυτές διατηρούνται και από τους δύο αλγορίθμους σε όλα τα επίπεδα απλοποίησης. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, όμως, ο σκοπός του δείκτη LR δεν είναι η παραγωγή απλοποιημένων γραμμών, αλλά ο εντοπισμός των πιο σημαντικών τους σημείων, τα οποία αποτελούν ένα σκελετό που συνοδεύεται και από άλλα (‘σιωπηλά σημεία’) σε μία απλοποιημένη γραμμή. Έτσι, εκτιμάται πως η λειτουργικότητά του είναι αρκετά ικανοποιητική.

## 3.2 Εφαρμογή μεθόδου δημιουργίας και αναπαράστασης $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών κατά μήκος χαρτογραφικών γραμμών

### 3.2.1 Πιλοτική εφαρμογή

Η προτεινόμενη μέθοδος δημιουργίας και αναπαράστασης  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών κατά μήκος χαρτογραφικών γραμμών, εφαρμόστηκε στην ακτογραμμή της νήσου Περιστερά, μία ακτογραμμή που χαρακτηρίζεται από μεγάλο βαθμό πολυπλοκότητας και ανωμαλίες του σχήματος. Η ακτογραμμή ψηφιοποιήθηκε από αναλογικό χάρτη κλίμακας 1:50.000, με μέσο βήμα ψηφιοποίησης, περίπου, 5m στο έδαφος (0,1mm στο χάρτη). Στη συνέχεια, η μέθοδος εφαρμόστηκε στην ακτογραμμή της νήσου Περιστερά που παρουσιάζεται σε τέσσερις μικρότερης κλίμακας χάρτες (1:100.000, 1:250.000, 1:500.000 και 1:1.000.000). Σκοπός είναι η σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέρχονται από την εφαρμογή της μεθόδου σε χειροκίνητα γενικευμένους χάρτες. Το μέσο βήμα ψηφιοποίησης ήταν, επίσης, περίπου 0,1mm στο χάρτη για όλες τις ψηφιοποιημένες γραμμές (δηλαδή, 10m, 25m, 50m και 100m στο έδαφος, αντίστοιχα). Όλοι οι αναλογικοί χάρτες σαρώθηκαν με ανάλυση 600dpi. Τα πρωτογενή δεδομένα καθαρίστηκαν από διπλές κορυφές, αιχμές ή βρόγχους μετά από διαδικασία καθαρίσματος και εξομαλύνθηκαν, ώστε να παραχθούν οι πειραματικές γραμμές, όπως προτείνεται από τον Jenks (1981).

Η μέθοδος εφαρμόστηκε σε κάθε ακτογραμμή υλοποιώντας επαναληπτικά, οκτώ μειούμενες τιμές της διαμέτρου  $\epsilon$  (1400m, 1200m, 1000m, 800m, 600m, 400m, 200m και 100m στο έδαφος). Για την επιλογή των επιπέδων του  $\epsilon$  ελήφθησαν υπόψη η έκταση και η μορφή της αρχικής ακτογραμμής (κλίμακα 1:50.000). Για τιμή διαμέτρου  $\epsilon=1400m$ , ο θεωρητικός κυλιόμενος κύκλος εφάπτεται οριακά σε όλους τους μεγάλους κόλπους της ακτογραμμής. Έτσι, δημιουργούνται οι, δυνατόν, μέγιστες  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες. Για τιμές της διαμέτρου μεγαλύτερες των 1400m, ο κυλιόμενος κύκλος δεν εισχωρεί στις κοιλότητες της γραμμής, με αποτέλεσμα να μην παράγονται καμπύλες. Τα ενδιάμεσα επίπεδα του  $\epsilon$  έχουν επιλεγεί κατάλληλα, ώστε, αφενός, να 'ανευρίσκονται' κάθε φορά νέες, σημαντικές κυρτώσεις της γραμμής και αφετέρου, αυτές να είναι διακριτές από τις προηγούμενες. Επίσης, οι  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες που δημιουργούνται από κυλιόμενους κύκλους διαμέτρου μικρότερης από 100m δεν είναι εμφανείς ή άξιες αναφοράς, αφού αντιστοιχούν σε πολύ μικρές ανωμαλίες της γραμμής.

Οι  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες που δημιουργούνται από την εφαρμογή της μεθόδου στις πέντε εκδοχές της ακτογραμμής φιλτράρονται, ώστε να εξαλειφθούν εκείνες οι καμπύλες που δεν μπορούν να παρατηρηθούν οπτικά ή αποτελούν 'θόρυβο', ώστε να μην επηρεάσουν τα τελικά αποτελέσματα. Οι  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες που δημιουργούνται στις πέντε εκδοχές της ακτογραμμής, σε όλα τα επίπεδα του  $\epsilon$ , πριν και μετά το φιλτράρισμα, παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.

Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι στην παρούσα έρευνα, παρουσιάζονται και αναλύονται μόνο τα αποτελέσματα από την εφαρμογή της μεθόδου στην εξωτερική πλευρά των ακτογραμμών.

**Πίνακας 6:** Προκύπτουσες  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες, στις πέντε εκδοχές της ακτογραμμής, στα οκτώ επίπεδα του  $\epsilon$ , πριν και μετά το φιλτράρισμα

	$\epsilon$ (m)	Κλίμακα				
		1:50.000	1:100.000	1:250.000	1:500.000	1:1.000.000
<b>Αρχικές <math>\epsilon</math>-μη-κυρτές καμπύλες</b>	1400	85	81	55	27	19
	1200	93	83	55	26	19
	1000	100	96	58	34	20
	800	115	106	60	38	20
	600	143	106	68	36	18
	400	173	128	75	33	26
	200	213	136	79	48	32
	100	201	88	75	48	11
<b>Τελικές <math>\epsilon</math>-μη-κυρτές καμπύλες</b>	1400	31	23	17	7	4
	1200	31	22	17	7	4
	1000	34	25	18	7	3
	800	37	26	18	7	1
	600	41	27	18	7	1
	400	46	28	15	4	0
	200	40	21	7	1	0
	100	26	10	3	0	0

### 3.2.1.1 Ανάλυση των ιδιοτήτων των καμπυλών

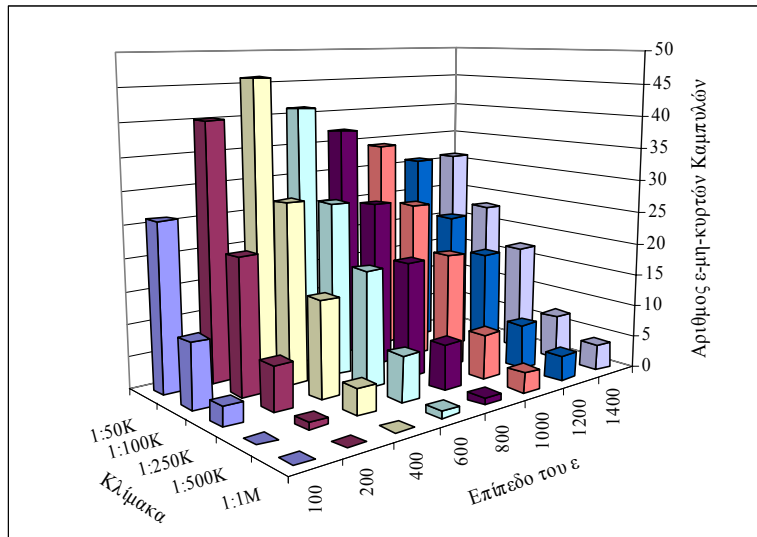
Έχοντας δημιουργήσει και φιλτράρει τις  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες των πέντε εκδοχών της ακτογραμμής, στο παρόν εδάφιο, επιχειρείται μια ανάλυση του αριθμού και των ποσοτικών (μέγεθος και σχήμα) χαρακτηριστικών τους. Η αποτίμηση των αποτελεσμάτων λαμβάνει χώρα με βάση δύο άξονες: την μεταβολή του αριθμού και των ιδιοτήτων των καμπυλών για διαφορετικά επίπεδα του  $\epsilon$ , σε μία συγκεκριμένη κλίμακα και την αλλαγή τους, ανάλογα με την κλίμακα, σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο του  $\epsilon$ .

Η όλη διαδικασία έλαβε χώρα με τη βοήθεια διαγραμμάτων συχνότητας. Για το σκοπό αυτό, οι τιμές του μεγέθους (A) έχουν χωρισθεί σε δεκαοκτώ κατηγορίες και, αντιστοίχως, οι τιμές του δείκτη σχήματος (k) σε τέσσερις, αμφότερες με βάση τη συχνότητα εμφάνισής τους. Ο μεγάλος αριθμός των τάξεων μεγέθους (A) των καμπυλών οφείλεται στο μεγάλο εύρος των τιμών που εμφανίζονται. Όσον αφορά τον δείκτη σχήματος (k), οι κατηγορίες είναι: (α)  $k < 5$ , (β)  $5 \leq k < 6$ , (γ)  $6 \leq k < 7$  και (δ)  $k \geq 8$ . Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, οι καμπύλες που αντιστοιχούν σε χαμηλότερες κατηγορίες είναι πιο στρογγυλές από αυτές που αντιστοιχούν σε υψηλότερες κατηγορίες, οι οποίες παρουσιάζονται πιο επιμήκεις και στενές.

Παρατηρώντας τον αριθμό των  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών που δημιουργούνται στις πέντε εκδοχές της ακτογραμμής (Σχήμα 19), είναι φανερό ότι καθώς η κλίμακα αυξάνει περισσότερες καμπύλες δημιουργούνται. Αυτό μπορεί να ερμηνευθεί από το γεγονός ότι, σε μεγαλύτερες κλίμακες, η ακτογραμμή παρουσιάζεται με περισσότερη λεπτομέρεια και το σχήμα της είναι πιο πολύπλοκο. Έτσι, οι θεωρητικοί κυλιόμενοι κύκλοι τέμνουν τη γραμμή σε περισσότερες θέσεις, δημιουργώντας μεγαλύτερο αριθμό  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών. Αντίθετα, οι γενικευμένες εκδοχές της ακτογραμμής που παρουσιάζονται σε μικρές κλίμακες είναι ομαλότερες. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, ο αριθμός των καμπυλοειδών τμημάτων ή των ανωμαλιών κατά μήκος των γραμμών να είναι μικρότερος, και έτσι, οι  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες που δημιουργούνται να είναι λιγότερες.



Επιπλέον, βάσει του διαγράμματος του Σχήματος 20, αποτιμάται ο αριθμός των  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών που δημιουργούνται σε κάθε επίπεδο του  $\epsilon$ . Στην κλίμακα 1:50.000, παρατηρείται ότι εφαρμόζοντας κυλιόμενους κύκλους διαμέτρων  $\epsilon$  μεταξύ 800m-200m στο έδαφος, δημιουργείται ο μεγαλύτερος αριθμός καμπυλών. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στο ότι οι συγκεκριμένοι κυλιόμενοι κύκλοι έχουν το κατάλληλο μέγεθος, ώστε να εισχωρούν στα μεγάλα καμπυλοειδή τμήματα της γραμμής και να εντοπίζουν μικρότερα καμπύλα τμήματα που περιέχονται σε αυτά. Αντίθετα, οι κυλιόμενοι κύκλοι μεγάλης διαμέτρου  $\epsilon$  (1000m-1400m στο έδαφος) ανευρίσκουν, κυρίως, τα μεγάλα καμπύλα τμήματα της γραμμής, ενώ αυτοί των χαμηλών διαμέτρων (100m στο έδαφος) δεν δημιουργούν  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες. Στην ακτογραμμή που παρουσιάζεται σε κλίμακα

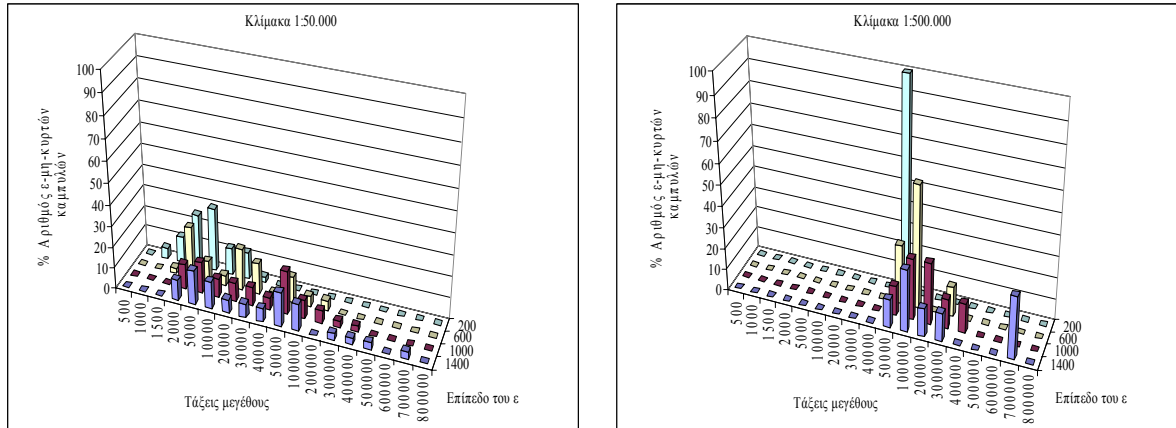


Σχήμα 20:  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες ανά κλίμακα και ανά επίπεδο του  $\epsilon$

1:100.000, ο αριθμός των καμπυλών που δημιουργείται από διαμέτρους μεταξύ 1400m-400m στο έδαφος είναι, σχεδόν, ο ίδιος. Αυτή η ισορροπία στον αριθμό των καμπυλών, σε σχέση και με την προηγούμενη κλίμακα, είναι το αποτέλεσμα του πιο ομαλού σχήματος της γενικευμένης γραμμής. Ένα μέρος των καμπυλών μεσαίου μεγέθους που παρουσιάζονται στην κλίμακα 1:50.000 δεν υπάρχει. Έτσι, οι κυλιόμενοι κύκλοι μέσων διαμέτρων  $\epsilon$  δημιουργούν λιγότερες καμπύλες. Επίσης, παρατηρείται πως ο αριθμός των καμπυλών που αντιστοιχεί σε χαμηλά επίπεδα του  $\epsilon$  είναι αρκετά μικρός. Αυτό συμβαίνει διότι οι κυλιόμενοι κύκλοι δεν δημιουργούν  $\epsilon$ -μη-κυρτώσεις. Η ίδια 'συμπεριφορά' εμφανίζεται και στις υπόλοιπες εκδοχές της ακτογραμμής. Η μόνη διαφορά είναι ότι, καθώς η κλίμακα μειώνεται, ο μεγαλύτερος αριθμός  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών δημιουργείται από κυλιόμενους κύκλους μεγάλων διαμέτρων  $\epsilon$ . Για παράδειγμα, για την ακτογραμμή που παρουσιάζεται σε κλίμακα 1:100.000, ο μεγαλύτερος αριθμός καμπυλών δημιουργείται από κυλιόμενους κύκλους με διαμέτρους μεγαλύτερες από 600m στο έδαφος, όταν αυτό το όριο εμφανίζεται στο επίπεδο  $\epsilon = 1000m$  στην ακτογραμμή κλίμακας 1:1.000.000. Το γεγονός αυτό, επίσης, αιτιολογείται από το πιο ομαλό σχήμα των γενικευμένων εκδοχών της γραμμής, όπως αναφέρθηκε παραπάνω.

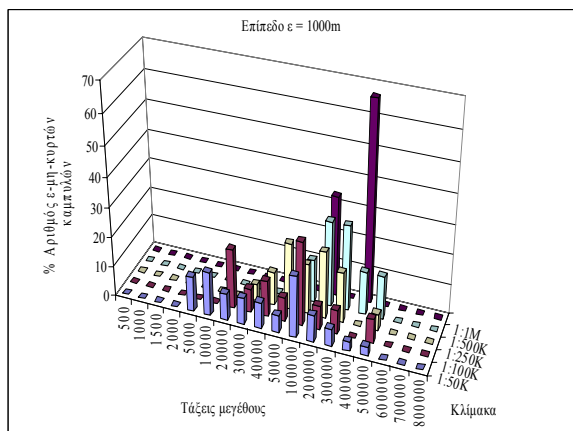
Στη συνέχεια αναλύεται, για κάθε κλίμακα, η αλλαγή στο μέγεθος (A) των  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών, για τα οκτώ επίπεδα του  $\epsilon$ . Γενικά, οι καμπύλες που δημιουργούνται από κυλιόμενους κύκλους διαμέτρου  $\epsilon = 1400m$  στο έδαφος είναι οι πιο ευρείες. Καθώς το μέγεθος της διαμέτρου  $\epsilon$  μειώνεται, το μέγεθος των καμπυλών ελαττώνεται. Αυτός ο τρόπος αλλαγής του μεγέθους είναι αναμενόμενος, αφού καθώς το επίπεδο του  $\epsilon$  μειώνεται, οι καμπύλες που δημιουργούνται είναι μικρότερες. Στις ακτογραμμές που παρουσιάζονται σε κλίμακες 1:50.000, 1:100.000 και 1:250.000, ο αριθμός των καμπυλών που αντιστοιχούν στα υψηλά επίπεδα του  $\epsilon$  είναι, σχεδόν, ομοιόμορφα κατανομημένος στις μεσαίες και υψηλές τάξεις μεγέθους. Μειώνοντας το μέγεθος της διαμέτρου  $\epsilon$ , το μέγεθος των περισσότερων καμπυλών ανήκει στις μεσαίες και χαμηλότερες τάξεις. Στις ακτογραμμές που παρουσιάζονται σε κλίμακα 1:500.000 και 1:1.000.000, το μέγεθος των

καμπυλών ανήκει στις μεσαίες και, κυρίως, στις υψηλές τάξεις για τα υψηλά επίπεδα του  $\epsilon$ , έχοντας την τάση να συσσωρεύεται στις μεσαίες τάξεις καθώς το επίπεδο του  $\epsilon$  μειώνεται. Στο Σχήμα 21 παρουσιάζονται, ενδεικτικά, δύο παραδείγματα μεταβολής του μεγέθους  $A$  των καμπυλών, σε τέσσερα διαφορετικά επίπεδα του  $\epsilon$ , στην αρχική ακτογραμμή και στην ακτογραμμή που παρουσιάζεται σε κλίμακα 1:500.000.



**Σχήμα 21:** Κατανομή τιμών μεγέθους  $A$  των  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών που εντοπίζονται σε τέσσερα επίπεδα του  $\epsilon$  (200m, 600m, 1000m, 1400m), στις ακτογραμμές κλίμακας 1:50.000 και 1:500.000

Αναλύοντας την μεταβολή του μεγέθους  $A$  των καμπυλών στις πέντε εκδοχές της ακτογραμμής, παρατηρείται ότι αυτό αυξάνει, καθώς η κλίμακα μειώνεται. Η διαφοροποίηση του μεγέθους των καμπυλών μεταξύ μεγάλων και μικρών κλιμάκων εμφανίζεται, καθώς οι γενικευμένες εκδοχές της ακτογραμμής είναι πιο ομαλές και λιγότερο πολύπλοκες. Οι μικρότερες κυρτώσεις της γραμμής, είτε απαλείφονται, είτε συνενώνονται με παρακείμενες, με αποτέλεσμα να μην δημιουργούνται ή, αντίστοιχα, να δημιουργούνται μεγαλύτερες  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες.

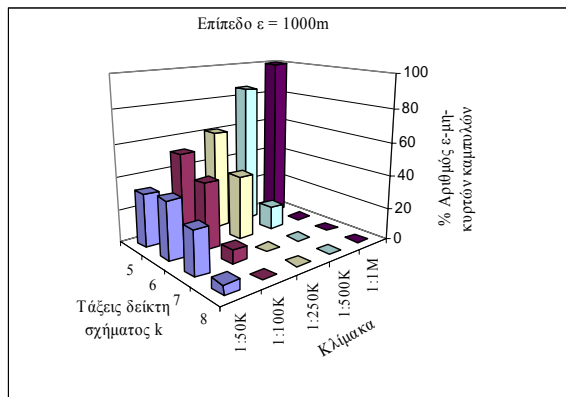


**Σχήμα 22:** Κατανομή τιμών μεγέθους  $A$  των  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών που εντοπίζονται στο επίπεδο  $\epsilon=1000m$ , στις πέντε εκδοχές της ακτογραμμής

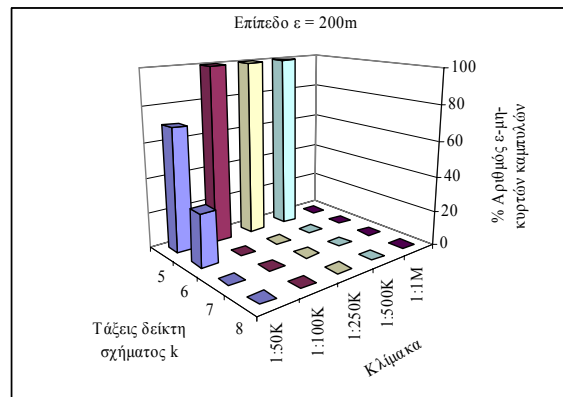
Οι μικρότερες κυρτώσεις της γραμμής, είτε απαλείφονται, είτε συνενώνονται με παρακείμενες, με αποτέλεσμα να μην δημιουργούνται ή, αντίστοιχα, να δημιουργούνται μεγαλύτερες  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες. Στο Σχήμα 22 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα μεταβολής του μεγέθους των καμπυλών, στο επίπεδο του  $\epsilon = 1000m$ , για όλες τις εκδοχές της ακτογραμμής. Γενικά, από τα παραπάνω προκύπτει ότι το μέγεθος  $A$  των  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών μειώνεται, καθώς το επίπεδο του  $\epsilon$  ελαττώνεται και η κλίμακα αυξάνει.

Τέλος, μέσω των μεταβολών του δείκτη  $k$ , εξετάζεται το σχήμα των  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών που δημιουργούνται σε κάθε επίπεδο  $\epsilon$ , στις πέντε εκδοχές της γραμμής. Στην ακτογραμμή που παρουσιάζεται στην κλίμακα 1:50.000, οι τιμές του δείκτη  $k$  των καμπυλών που δημιουργούνται από κυλιόμενους δίσκους μεγάλων διαμέτρων  $\epsilon$  (1400m-600m στο έδαφος), διασκορπίζονται σε όλες τις τάξεις σχήματος. Στις εκδοχές της ακτογραμμής κλίμακας 1:100.000 και 1:250.000, οι τιμές του δείκτη  $k$  αυτών των καμπυλών τείνουν να συγκεντρώνονται στις δύο πρώτες τάξεις, ενώ στις κλίμακες 1:500.000 και 1:1.000.000, η πλειοψηφία αυτών ανήκει στην πρώτη τάξη σχήματος. Στο Σχήμα 23 παρουσιάζεται, ενδεικτικά, η μεταβολή του δείκτη σχήματος  $k$  στις πέντε κλίμακες για επίπεδο του  $\epsilon=1000m$ . Ο τρόπος, αυτός, μεταβολής του δείκτη σχήματος υποδηλώνει ότι  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες που δημιουργούνται από κυλιόμενους κύκλους

μεγάλων διαμέτρων  $\epsilon$  γίνονται πιο στρογγυλές, καθώς η κλίμακα μειώνεται. Αυτό μπορεί να ερμηνευθεί από το γεγονός ότι η μορφή των απλοποιημένων εκδοχών της ακτογραμμής που παρουσιάζεται στις μικρές κλίμακες είναι πιο εξομαλυμένη. Οι τιμές του δείκτη  $k$  των καμπυλών που δημιουργούνται από κυλιόμενους κύκλους χαμηλών επιπέδων του  $\epsilon$  μεταβάλλονται με αντίστοιχο τρόπο, ανάλογα με την κλίμακα. Δηλαδή, καθώς η κλίμακα μειώνεται, ο δείκτης σχήματος  $k$  τείνει να συσσωρευθεί στις πρώτες τάξεις σχήματος.

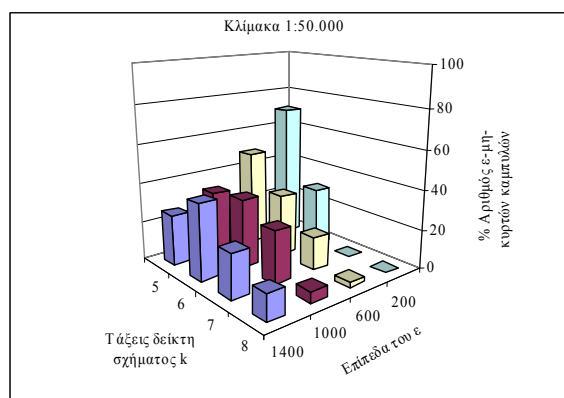


**Σχήμα 23:** Κατανομή τιμών δείκτη σχήματος  $k$  των  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών που εντοπίζονται στο επίπεδο  $\epsilon=1000m$ , στις πέντε εκδοχές της ακτογραμμής



**Σχήμα 24:** Κατανομή τιμών δείκτη σχήματος  $k$  των  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών που εντοπίζονται στο επίπεδο  $\epsilon=200m$ , στις πέντε εκδοχές της ακτογραμμής

Παρόλα αυτά, παρατηρείται ότι η πλειοψηφία των τιμών του δείκτη  $k$  συγκεντρώνεται στις πρώτες τάξεις, ακόμα και στις εκδοχές της γραμμής που παρουσιάζονται στις μεγάλες κλίμακες. Για παράδειγμα, στην αρχική ακτογραμμή (κλίμακα 1:50.000), οι περισσότερες τιμές του  $k$  ανήκουν στις πρώτες δύο τάξεις.



**Σχήμα 25:** Κατανομή τιμών του δείκτη σχήματος  $k$  των  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών που εντοπίζονται σε επίπεδα του  $\epsilon$  (200m, 600m, 1000m, 1400m) στην ακτογραμμή 1:50.000

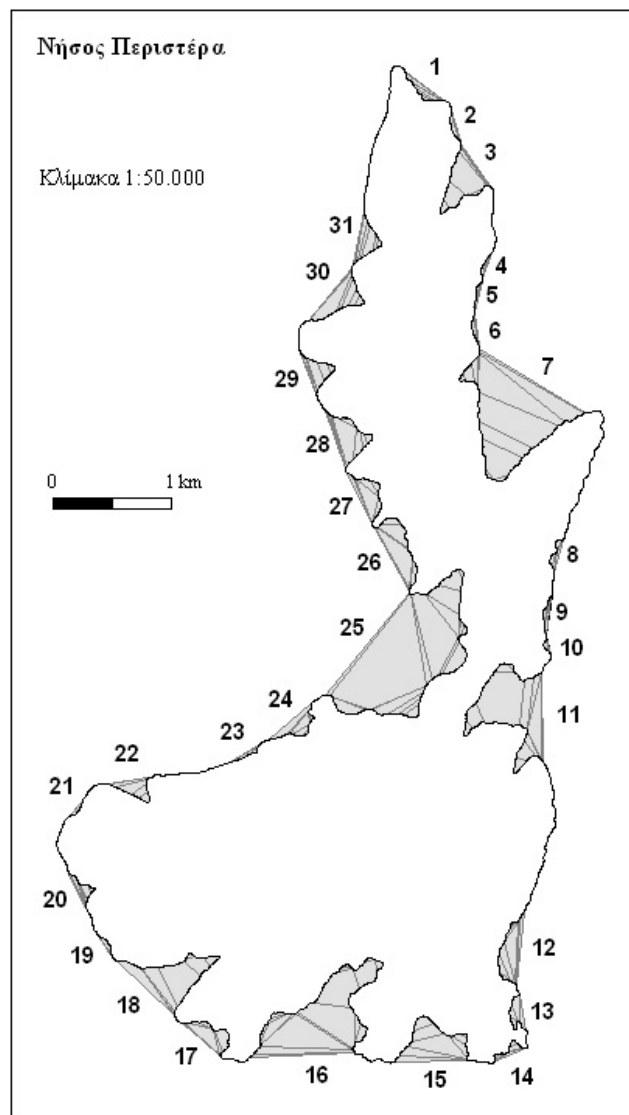
(Σχήμα 24) Γενικά, μειώνοντας το μέγεθος της διαμέτρου  $\epsilon$ , ο δείκτης σχήματος  $k$  τείνει να συγκεντρώνεται στις πρώτες τάξεις. Στο Σχήμα 25 παρουσιάζεται ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα, για τέσσερα επίπεδα του  $\epsilon$ , στην αρχική ακτογραμμή (1:50.000). Ο τρόπος αυτός μεταβολής του δείκτη  $k$  δείχνει ότι οι καμπύλες που δημιουργούνται από υψηλές τιμές της διαμέτρου  $\epsilon$  είναι πιο επιμήκεις ή στενές από τις καμπύλες που δημιουργούνται από μικρές τιμές της διαμέτρου, οι οποίες είναι πιο στρογγυλές. Ένα γενικό συμπέρασμα που εξάγεται από τα παραπάνω είναι ότι το σχήμα των  $\epsilon$ -μη-

κυρτών καμπυλών τείνει να γίνεται πιο στρογγυλό, καθώς η κλίμακα και το επίπεδο του  $\epsilon$  ελαττώνονται.

### 3.2.1.2 Αναπαράσταση των $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών μέσω δένδρων ιεραρχικής δομής

Μετά τη δημιουργία των  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών στις πέντε εκδοχές της ακτογραμμής της νήσου Περιστερά, δομούνται οι αντίστοιχες αναπαραστάσεις τους, μέσω των δένδρων ιεραρχικής δομής. Κάθε δένδρο αναπαριστά μία  $\epsilon$ -μη-κυρτή καμπύλη που έχει δημιουργηθεί από κυλιόμενο κύκλο της μέγιστης διαμέτρου ( $\epsilon = 1400m$ ) και τις υπο-καμπύλες, οι οποίες έχουν δημιουργηθεί από τις μικρότερες τιμές του  $\epsilon$  που περιέχονται σε αυτή. Κάθε κόμβος του δένδρου αντιστοιχεί σε μία  $\epsilon$ -μη-κυρτή καμπύλη. Οι ανώτεροι

κόμβοι αναπαριστούν τις καμπύλες που έχουν δημιουργηθεί από κυλιόμενο κύκλο μεγέθους  $\epsilon = 1400\text{m}$  και κάθε ένας από κάτω, ιεραρχικά, τις υπο-καμπύλες του. Σε κάθε κόμβο καταγράφονται το επίπεδο του  $\epsilon$  και τα ποσοτικά χαρακτηριστικά των καμπυλών (μέγεθος  $A$  και δείκτης σχήματος  $k$ ). Στο Σχήμα 27 παρουσιάζονται τα δένδρα που δημιουργήθηκαν μετά την εφαρμογή της μεθόδου στις πέντε εκδοχές της υπό μελέτη ακτογραμμής. Η αρίθμηση των δένδρων έγινε με βάση τα αποτελέσματα της εφαρμογής της μεθόδου στο επίπεδο  $\epsilon = 1400\text{m}$  της αρχικής ακτογραμμής και διατηρείται και για τις υπόλοιπες εκδοχές της. Το Σχήμα 26 απεικονίζει την ακτογραμμή της νήσου Περιστέρα σε κλίμακα 1:50.000, καθώς και τις  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες και υπο-καμπύλες που δημιουργήθηκαν εφαρμόζοντας την προτεινόμενη μέθοδο. Οι αύξοντες αριθμοί των καμπυλών και των δένδρων στα Σχήματα 26 και 27 ταυτίζονται.



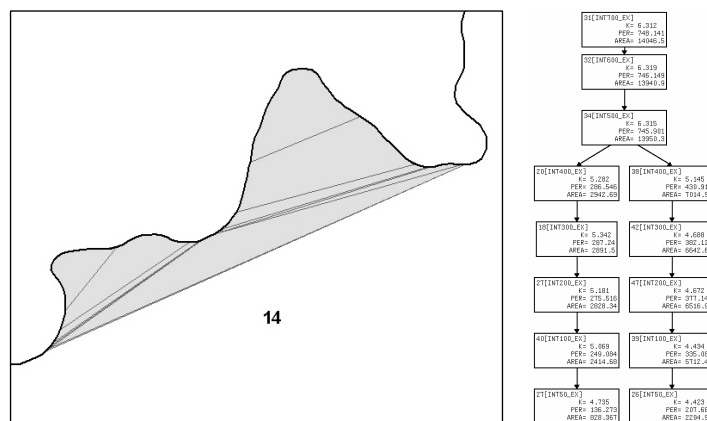
**Σχήμα 26:** Ακτογραμμή της νήσου Περιστέρα σε κλίμακα 1:50.000 και οι  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες που δημιουργήθηκαν από την εφαρμογή της μεθόδου

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	A/A Καμπύλης
											Κλίμακα 1:50.000
											Κλίμακα 1:100.000
											Κλίμακα 1:250.000
											Κλίμακα 1:500.000
											Κλίμακα 1:1.000.000
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	A/A Καμπύλης	
										Κλίμακα 1:50.000	
										Κλίμακα 1:100.000	
										Κλίμακα 1:250.000	
										Κλίμακα 1:500.000	
										Κλίμακα 1:1.000.000	
22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	A/A Καμπύλης	
										Κλίμακα 1:50.000	
										Κλίμακα 1:100.000	
										Κλίμακα 1:250.000	
										Κλίμακα 1:500.000	
										Κλίμακα 1:1.000.000	

Σχήμα 27: Τα δένδρα ιεραρχικής δομής των παραγόμενων €-μη-κυρτών καμπυλών

Παρατηρώντας το Σχήμα 27, γίνεται φανερό ότι μεταξύ των δένδρων ιεραρχικής δομής παρουσιάζονται σημαντικές διαφορές. Υπάρχουν δένδρα μίας στήλης (π.χ. 1, 13, 20), δένδρα που έχουν δύο ή περισσότερους κλάδους (π.χ. 11, 14, 25), δένδρα που τελειώνουν σε διαφορετικά επίπεδα του  $\epsilon$  (π.χ. 2, 20). Επίσης, μερικά από αυτά έχουν συμμετρική δομή (π.χ. 14, 18) και άλλα όχι (π.χ. 16, 25), ενώ οι κλάδοι τους αρχίζουν και τελειώνουν σε διάφορα επίπεδα του  $\epsilon$  (π.χ. 16, 28). Συγκρίνοντας τα δένδρα ιεραρχικής δομής της κλίμακας 1:50.000 με την ακτογραμμή, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 26, φαίνεται ότι υπάρχει μία άμεση σχέση μεταξύ του σχήματος και του μεγέθους των καμπυλών και της δομής των αντίστοιχων δένδρων. Γενικά, η δομή κάθε δένδρου απεικονίζει αποτελεσματικά τη μορφή της αντίστοιχης  $\epsilon$ -μη-κυρτής καμπύλης.

Εξετάζοντας πιο λεπτομερώς τα Σχήματα 26 και 27, παρατηρείται πως καμπύλες που έχουν πλατιά γραμμή βάσης σε σχέση με το βάθος τους και μικρό μέγεθος (π.χ. καμπύλες 2, 5, 6 και 19), αντιστοιχούν σε δένδρα μίας στήλης, τα οποία δεν τελειώνουν σε χαμηλά επίπεδα του  $\epsilon$ . Δένδρα μίας στήλης που εκτείνονται σε όλα τα επίπεδα του  $\epsilon$  αντιστοιχούν σε μέτριες σε μέγεθος και ομαλές καμπύλες, με πλατιά γραμμή βάσης (π.χ. καμπύλες 22 και 31). Επίσης, η ύπαρξη κλάδων συνεπάγεται ανωμαλίες, ενώ η συμμετρία ή η μη-συμμετρία τους απεικονίζει τη μορφή της ανωμαλίας. Για παράδειγμα, στην καμπύλη 14 δημιουργείται μία υπο-καμπύλη μέχρι το επίπεδο  $\epsilon = 1000\text{m}$ . Με την εφαρμογή κύκλου διαμέτρου  $\epsilon = 800\text{m}$  στο έδαφος, 'εντοπίζονται' δύο υπο-καμπύλες (Σχήμα 28). Σε αυτό το επίπεδο του  $\epsilon$  το δένδρο χωρίζεται σε δύο κλάδους. Επίσης, επειδή οι υπο-καμπύλες αυτές είναι ομαλές και έχουν, σχεδόν, το ίδιο μέγεθος και σχήμα, οι κλάδοι είναι συμμετρικοί και τελειώνουν στο ίδιο επίπεδο του  $\epsilon$ .

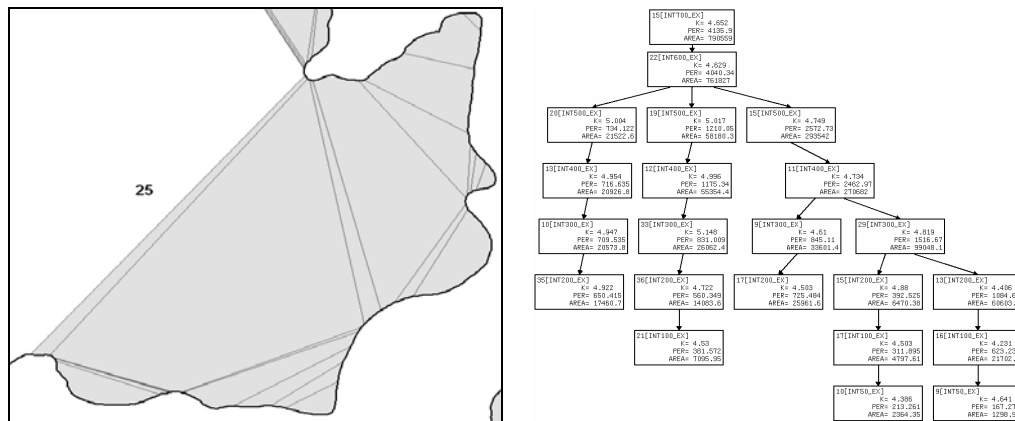


Σχήμα 28: Παράδειγμα συμμετρικού δένδρου

Συγκρίνοντας τα μη-συμμετρικά δομημένα δένδρα (Σχήμα 27) με τις αντίστοιχες καμπύλες (Σχήμα 26), γίνεται φανερό ότι αντιστοιχούν σε μεγάλες σε μέγεθος και ανώμαλες καμπύλες (π.χ. καμπύλες 11, 16 και 25). Όπως φαίνεται στο Σχήμα 29, το δένδρο της καμπύλης 25, στο επίπεδο του  $\epsilon = 1000\text{m}$  στο έδαφος χωρίζεται σε τρεις κλάδους. Ο πρώτος κλάδος απεικονίζει μία μικρή σε μέγεθος και ομαλή υπο-καμπύλη και τελειώνει στο επίπεδο του  $\epsilon = 400\text{m}$  στο έδαφος. Ο δεύτερος αντιστοιχεί σε μία ομαλή, μεγάλο μέγεθος και, μάλλον, βαθειά υπο-καμπύλη. Έτσι, τελειώνει στο τελευταίο επίπεδο του  $\epsilon$  (200m στο έδαφος). Ο τρίτος κλάδος απεικονίζει μία μεγάλο μέγεθος και πολύπλοκη υπο-καμπύλη, η οποία περιλαμβάνει μικρότερες κυρτώσεις της γραμμής. Έτσι, δημιουργούνται δύο νέες υπο-καμπύλες, με την εφαρμογή κύκλου διαμέτρου  $\epsilon = 600\text{m}$  στο έδαφος, οι οποίες απεικονίζονται με δύο κλάδους στο δένδρο που εμφανίζονται στο συγκεκριμένο επίπεδο του  $\epsilon$ . Με τον ίδιο τρόπο, στο επίπεδο του  $\epsilon = 400\text{m}$ , ο ένας από τους δύο κλάδους χωρίζεται σε δύο νέους, που αντιστοιχούν σε μικρότερες ανωμαλίες της

ακτογραμμής. Γίνεται φανερό πως το επίπεδο του  $\epsilon$ , στο οποίο ένα δένδρο μπορεί να διακλαδωθεί, καθώς και το τελευταίο επίπεδο του  $\epsilon$  του κάθε κλάδου εξαρτάται από τη μορφή των ανωμαλιών, το μέγεθος και το σχήμα της αρχικής καμπύλης.

Από τα παραπάνω συμπεραίνεται πως, μέσω των δένδρων ιεραρχικής δομής, μπορεί να παρασταθεί σε ικανοποιητικό επίπεδο ο χαρακτήρας και η μορφή μιας γραμμής. Έτσι, παρατηρώντας ανεξάρτητα τη δομή ενός δένδρου, καθώς επίσης και τις καταγεγραμμένες ιδιότητες των εκάστοτε καμπυλών, είναι δυνατόν ο χαρακτήρας της αντίστοιχης γραμμής να προβλεφθεί ή να προκαθορισθεί.

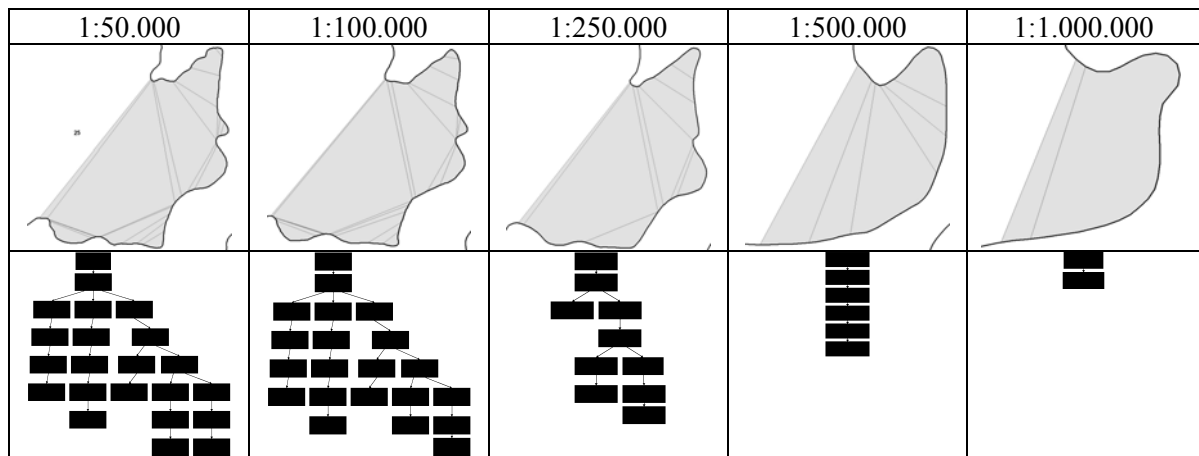


Σχήμα 29: Παράδειγμα μη-συμμετρικού δένδρου

Στο Σχήμα 27, φαίνεται καθαρά ‘πόσες’ και ‘ποιες’  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες διατηρούνται, καθώς η κλίμακα ελαττώνεται. Στην κλίμακα 1:50.000 δημιουργούνται 31 καμπύλες, ενώ ο αριθμός τους μειώνεται στις 23 στην κλίμακα 1:100.000, 17 στην κλίμακα 1:250.000, 7 στην κλίμακα 1:500.000 και, μόλις, 4 στην κλίμακα 1:1.000.000. Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο (Ανάλυση των ιδιοτήτων των καμπυλών), αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι, καθώς ο βαθμός γενίκευσης αυξάνει, οι γραμμές γίνονται πιο ομαλές και λιγότερο πολύπλοκες. Αναλύοντας ‘ποιες’  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες διατηρούνται, καθώς η κλίμακα μειώνεται, παρατηρείται ότι δένδρα μίας στήλης που δεν έχουν ‘κόμβους’ σε όλα τα επίπεδα του  $\epsilon$  (π.χ. καμπύλες: 2, 9, 10, 19, 23) δημιουργούνται μόνο στην κλίμακα 1:50.000. Αυτά τα δένδρα απεικονίζουν μικρές σε μέγεθος και βραχείες σε βάθος καμπύλες. Αντίθετα, δένδρα μίας στήλης ή δένδρα με διακλαδώσεις που έχουν ‘κόμβους’ σε όλα ή στα περισσότερα επίπεδα του  $\epsilon$  στην κλίμακα 1:50.000, διατηρούνται σε ορισμένα επίπεδα απλοποίησης, αφού αναπαριστούν πιο μεγάλες ή βαθιές ή πολύπλοκες καμπύλες. Γενικά, η διατήρηση των δένδρων εξαρτάται από τις ιδιότητες ή από ένα συνδυασμό των ιδιοτήτων των αντίστοιχων καμπυλών. Για παράδειγμα, το δένδρο με τους δύο κλάδους που αναπαριστά την καμπύλη 14, εμφανίζεται μόνο στην κλίμακα 1:100.000, κυρίως, επειδή το μέγεθός της είναι μικρό. Αντίθετα, η λιγότερο πολύπλοκη, αλλά πιο μεγάλη και βαθιά καμπύλη 18 διατηρείται σε όλα τα επίπεδα απλοποίησης.

Αξίζει να σημειωθεί ότι η ερμηνεία των δένδρων που αναπαριστούν μία γραμμή, σε διάφορα επίπεδα απλοποίησης, παρέχει χρήσιμες πληροφορίες για το χαρακτήρα και τη μορφή της. Έτσι, κάποιος μπορεί να αναλύσει το σχήμα μιας συγκεκριμένης καμπύλης σε μία συγκεκριμένη κλίμακα, καθώς και να καταλάβει τον τρόπο που αυτό μεταβάλλεται, ανάλογα με το επίπεδο απλοποίησης. Ένα αντιπροσωπευτικό παράδειγμα είναι η περίπτωση της καμπύλης 25 (Σχήμα 30). Η καμπύλη στην κλίμακα 1:50.000 είναι μεγάλη σε μέγεθος και πολύπλοκη σε σχήμα, δημιουργώντας ένα δένδρο με αρκετούς κλάδους, καθώς το επίπεδο του  $\epsilon$  μειώνεται. Παρατηρείται ότι το δένδρο σε κλίμακα 1:100.000 έχει, περίπου, την ίδια δομή. Αυτό φανερώνει ότι η πολυπλοκότητα διατηρείται στην απλοποιημένη γραμμή. Η διαφορά είναι ότι το μέγεθος των καμπυλών είναι μικρότερο. Το δένδρο που

αντιστοιχεί στην ακτογραμμή κλίμακας 1:250.000 έχει σημαντικά διαφορετική δομή. Ένα μεγάλο μέρος των κλάδων (και κατά συνέπεια των υπο-καμπυλών) που παρουσιάζονται στην αρχική καμπύλη εξαλείφονται. Επίσης, οι εναπομείναντες κλάδοι δεν εμφανίζονται στα κατώτερα επίπεδα του  $\epsilon$ , εξαιτίας της πιο ομαλής αναπαράστασης της γραμμής. Είναι ενδιαφέρον ότι αναλύοντας τη δομή του δένδρου και τις καταγεγραμμένες ιδιότητες, παρατηρείται πως οι εναπομείνουσες καμπύλες είναι αυτές που, στην αρχική καμπύλη, έχουν το μεγαλύτερο μέγεθος και βάθος. Στην πραγματικότητα, αυτοί οι κλάδοι αναπαριστούν μεγάλου βάθους κόλπους της ακτογραμμής. Το δένδρο που αντιστοιχεί στην ακτογραμμή που παρουσιάζεται σε κλίμακα 1:500.000 έχει μόνο μία στήλη. Αυτό το μονόστηλο μέρος του δένδρου αναπαριστά τον βαθύτερο κόλπο της γραμμής. Όλες οι υπόλοιπες ανωμαλίες της αρχικής ακτογραμμής έχουν απαλειφθεί. Στην κλίμακα 1:1.000.000, ο ίδιος κόλπος αναπαρίσταται μόνο στα δύο πρώτα επίπεδα του  $\epsilon$ , γεγονός που μπορεί να εξηγηθεί από το ομαλό σχήμα της απλοποιημένης γραμμής.



**Σχήμα 30:** Παράδειγμα μεταβολής του σχήματος καμπύλης και της αντίστοιχης δομής δένδρου ανάλογα με το επίπεδο απλοποίησης

Ο τρόπος με τον οποίο τα δένδρα μετασχηματίζονται σε διάφορες κλίμακες μπορεί να προσφέρει ενδιαφέρουσες πληροφορίες σχετικά με τη σημαντικότητα του κάθε τμήματος της υπό εξέταση γραμμής. Η προτεινόμενη μέθοδος κατά τη διάρκεια της πιλοτικής εφαρμογής εφαρμόζεται στην πρωτότυπη και σε τέσσερις εκδοχές της ίδιας γραμμής, μετά από απλοποίηση. Παράγοντας τα δένδρα ιεραρχικής δομής των δημιουργούμενων καμπυλών, εύκολα παρατηρούνται οι διάφορες ανωμαλίες των διαφορετικών τμημάτων της γραμμής, σε κάθε επίπεδο κλίμακας. Οι καμπύλες που αντιστοιχούν σε δένδρα που διατηρούνται σε διάφορες κλίμακες ή έχουν κόμβους σε διάφορα επίπεδα του  $\epsilon$ , είναι υποψήφια να περιέχουν κρίσιμα τμήματα της γραμμής. Αναλύοντας αμφότερα, τις ιδιότητες των καμπυλών και τη δομή των δένδρων, θα μπορούσαμε να καταλήξουμε σε μια ποσοτική έκφραση του χαρακτήρα της γραμμής. Προφανώς, το τελευταίο σχόλιο χρειάζεται περεταίρω μελέτη και εκτεταμένη έρευνα.



### 3.3 Συσχέτιση αποτελεσμάτων της εφαρμογής των δύο προτεινόμενων μεθόδων

Στο τελευταίο στάδιο της έρευνας επιχειρείται μία σύγκριση των αποτελεσμάτων των δύο προτεινόμενων μεθοδολογιών. Σκοπός είναι η συσχέτιση των 135 κρίσιμων σημείων που εντοπίστηκαν από την εφαρμογή του δείκτη LR με τις  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες. Ως γραμμή αναφοράς χρησιμοποιήθηκε η ακτογραμμή της νήσου Περιστέρα που παρουσιάζεται σε κλίμακα 1:50.000. Αξίζει να σημειωθεί πως, στο παρόν κείμενο παρουσιάζεται μια πρώτη, ενδεικτική προσέγγιση του εγχειρήματος. Και τούτο, διότι οι ακτογραμμές που εφαρμόστηκαν οι δύο μέθοδοι είναι προϊόντα διαφορετικών ψηφιοποιήσεων. Έτσι, τα αποτελέσματα δεν είναι άμεσα συγκρίσιμα. Επίσης, απαιτείται η ανάλυση των  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών και από την εσωτερική πλευρά της γραμμής. Παρόλα αυτά, είναι εφικτή η ολοκλήρωση μιας τέτοιας διαδικασίας, δεδομένου ότι οι δύο ακτογραμμές είναι σε ικανοποιητικό βαθμό όμοιες, ενώ παράλληλα, ενδιαφέρον παρουσιάζει η θέση των κρίσιμων σημείων στη γραμμή και όχι αυτά καθ' εαυτά τα σημεία.

Παρατηρώντας τα Σχήματα 18 και 26, γίνεται φανερό πως η πλειοψηφία των κρίσιμων σημείων εντοπίζεται μέσα στις  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες. Αν και λόγω των ανεπαρκειών της διαδικασίας που αναφερθήκαν παραπάνω, η αριθμητικές συσχέτιση δεν είναι απόλυτα ακριβής, ενδεικτικά αναφέρεται πως μόλις, 8 από τα 135 κρίσιμα σημεία δεν ανήκουν σε κάποια καμπύλη. Επίσης, στις 24 από τις 31 καμπύλες εντοπίζονται κρίσιμα σημεία. Αυτά τα σχετικά μεγάλα ποσοστά αναδεικνύουν πως μεταξύ  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών και κρίσιμων σημείων υπάρχει άμεση σχέση. Πιο συγκεκριμένα, φαίνεται πως τα τμήματα της γραμμής που δημιουργούνται με την προτεινόμενη μέθοδο του κυλιόμενου κύκλου του Perkal είναι ιδιαίτερης σημαντικότητας για τη δομή της γραμμής, αφού περιέχουν τα κρίσιμα σημεία που προκύπτουν από τον δείκτη LR.

Οι καμπύλες, στις οποίες δεν ανευρίσκονται κρίσιμα σημεία είναι μικρές σε μέγεθος και βάθος (π.χ. 4, 5, 6). Τα δένδρα ιεραρχικής δομής που τις αναπαριστούν είναι μίας στήλης και τελειώνουν σε μέσα επίπεδα του  $\epsilon$ . Στις καμπύλες μέσου μεγέθους, σχετικά μεγάλου βάθους και ομαλού σχήματος, που αναπαριστώνται από μονόστηλο δένδρο σε όλα τα επίπεδα του  $\epsilon$  (π.χ. 22, 29, 30, 31), εντοπίζεται ένα κρίσιμο σημείο. Η θέση του βρίσκεται στο βαθύτερο μέρος της κύρτωσης. Ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι μεγάλοι μεγέθους, πολύπλοκες  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες (π.χ. 16). Μέσα σε αυτές ανευρίσκονται αρκετά κρίσιμα σημεία. Μεγάλο μέρος τους εντοπίζεται στις υπο-καμπύλες κατώτερου επιπέδου του  $\epsilon$ . Αξίζει να σημειωθεί, όμως, ότι και σε καμπύλες μέσου επιπέδου  $\epsilon$ , οι οποίες ακολουθούνται από άνω της μίας υπο-καμπύλες, δηλαδή, σε θέσεις που αντιστοιχούν σε διακλαδώσεις των δένδρων, εντοπίζονται κρίσιμα σημεία. Το γεγονός αυτό καταδεικνύει πως, σε τέτοιες περιπτώσεις και λόγω της μεγάλης ποσότητας πληροφορίας που εμπεριέχεται στη γραμμή, οι 'ενδιαφέρουσες' τοποθεσίες αρχίζουν να διαφαίνονται σε υπο-καμπύλες που έχουν δημιουργηθεί από την κύλιση κύκλων μέσης διαμέτρου  $\epsilon$ . Ένα γενικό συμπέρασμα που μπορεί να προκύψει από τα παραπάνω, είναι ότι κρίσιμα σημεία βρίσκονται, κυρίως, σε υπο-καμπύλες μικρού ή, υπό προϋποθέσεις, μέσου επιπέδου  $\epsilon$ . Σε ένα δένδρο ιεραρχικής δομής, αυτές αντιστοιχούν σε κατώτερους κόμβους ή σε κόμβους που προηγούνται διακλαδώσεων, αντίστοιχα. Παρατηρώντας, λοιπόν, κάποιος τη μορφή του δένδρου μίας γραμμής και αναλύοντας τις ποσοτικές ιδιότητες των καμπυλών που εγγράφονται σε αυτό, είναι σε θέση να εκτιμήσει τις θέσεις υψηλής σημαντικότητας.

Τέλος, ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι τρεις από τις τέσσερις τοποθεσίες που χαρακτηρίζονται από αραιή πυκνότητα κρίσιμων σημείων (χαρακτηρίζονται ως Z στο Σχήμα 18) δεν υπάγονται σε κάποια  $\epsilon$ -μη-κυρτή καμπύλη. Αυτό, σε συνάρτηση και με τα παραπάνω, θα μπορούσε να είναι απόλυτα δικαιολογημένο. Όμως, η μη εξέταση, στην παρούσα εργασία, των  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών που δημιουργούνται στην εσωτερική πλευρά της ακτογραμμής, δεν επιτρέπει ένα τελικό συμπέρασμα, αφού οι εν λόγω θέσεις θα

μπορούσαν κάλλιστα να εμπεριέχονται σε αυτές. Επίσης, πολλά από τα κρίσιμα σημεία που βρίσκονται σε θέσεις υψηλής συγκέντρωσης (χαρακτηρίζονται ως Δ και Ε στο Σχήμα 18) ανευρίσκονται σε υπο-καμπύλες μέσου ή μεγάλου επιπέδου του  $\epsilon$ . Το γεγονός αυτό αντιτίθεται στον γενικό κανόνα συσχέτισης καμπυλών και θέσης των κρίσιμων σημείων. Και αυτό το ζήτημα εικάζεται ότι έχει να κάνει με την μη εξέταση των εσωτερικών  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών.

Η συσχέτιση των δύο μεθοδολογιών είναι μέγιστου ενδιαφέροντος και αποτελεί πεδίο διεξοδικότερης, μελλοντικής έρευνας και ανάλυσης. Η εξαγωγή μίας κοινής μεθόδου, η οποία θα συνδυάζει την διερεύνηση της μορφής μίας γραμμής σε τοπικό επίπεδο, τον εντοπισμό κρίσιμων σημείων (ή κρίσιμων θέσεων) και την οπτικοποίηση όλων αυτών, μέσω δένδρων ιεραρχικής δομής είναι δυνατό να προσφέρει σημαντικά στην προσπάθεια δημιουργίας ενός αυτοματοποιημένου συστήματος απλοποίησης γραμμών.

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Τα τελευταία χρόνια, οι χαρτογράφοι προσανατολίζονται στη δημιουργία ενός ‘καθολικού συστήματος’ απλοποίησης γραμμών, το οποίο θα προσομοιώνει την αντίστοιχη χειροκίνητη διαδικασία. Οι έρευνες εστιάζουν στην ‘αντιγραφή’ του τρόπου, με τον οποίο ο άνθρωπος αντιλαμβάνεται και, κατά συνέπεια, αναλύει μια γραμμική οντότητα και στην αυτοματοποίησή του μέσω ηλεκτρονικών υπολογιστών. Πάνω σε αυτό το πλαίσιο, η παρούσα μελέτη επιχειρεί μία θεωρητική και πρακτική προσέγγιση δύο βασικών ζητούμενων, αυτών των κρίσιμων σημείων και της κατάτμησης των γραμμών βάσει κοινών χαρακτηριστικών.

Η έννοια των κρίσιμων σημείων, όπως παρουσιάστηκε από τον ψυχολόγο Attneave (1954), με σκοπό τον χαρακτηρισμό, σε επίπεδο αντίληψης, των γραφικών αναπαραστάσεων των αντικειμένων και, στη συνέχεια, υιοθετήθηκε από τους χαρτογράφους, αποτελεί μείζονος σημασίας αντικείμενο μελέτης στον τομέα της γενίκευσης. Η έννοια αυτή είναι σημαντική για τους χαρτογράφους, καθώς χρησιμοποιείται, έμμεσα, ως μία μορφή ‘οδηγίας’ για την αξιολόγηση των αλγορίθμων απλοποίησης, αλλά και άμεσα, αφού οι περισσότερες διαδικασίες απλοποίησης εξαρτώνται, ως ένα βαθμό, από τη διατήρηση ή την απαλοιφή των κρίσιμων σημείων.

Ο προτεινόμενος δείκτης LR αποτελεί μία νέα μέθοδο εντοπισμού των κρίσιμων σημείων γραμμικών οντοτήτων. Είναι προσαρμοσμένη για την κάλυψη των αναγκών της ψηφιακής αναπαράστασης των γραμμών διανυσματικής (vector) δομής, σε αντίθεση με την μέθοδο που αναπτύχθηκε από τον Thapa (1988a), ο οποίος επικεντρώνει το ενδιαφέρον του σε ψηφιακές γραμμές κανονικοποιημένης (raster) δομής. Ο εντοπισμός κρίσιμων σημείων ολοκληρώνεται, είτε μέσω εμπειρικών διαδικασιών, είτε μέσω των αλγορίθμων απλοποίησης. Στην μεν πρώτη περίπτωση, όμως, είναι αδύνατη η αυτοματοποίηση της διαδικασίας και η απεξάρτησή της από τον υποκειμενικό ανθρώπινο παράγοντα, ενώ η δεύτερη ελλοχεύει αρκετούς κινδύνους, αφού η δομή και η λειτουργία των αλγορίθμων είναι σχεδιασμένη για διαφορετικούς σκοπούς. Αν και το θεωρητικό υπόβαθρο μιας διαδικασίας εντοπισμού κρίσιμων σημείων δε διαφέρει σημαντικά από αυτό, μιας αντίστοιχης, επιλογής σημείων που διαμορφώνουν μια γενικευμένη γραμμή, η αυτοματοποίησή τους διαφέρει σημαντικά.

Η λειτουργία του προτεινόμενου δείκτη LR, στηρίζεται στην εξέταση της γραμμής σε τοπικό επίπεδο, στα όρια της εκάστοτε κορυφής. Η μέθοδος προσεγγίζει την ιδέα της ‘περιοχής εξέτασης’, όπως αυτή παρουσιάζεται σε ανάλογους αλγόριθμους εντοπισμού κρίσιμων σημείων που προέρχονται από το πεδίο της επεξεργασίας εικόνας. Η ‘περιοχή εξέτασης’ προσδιορίζεται με την εφαρμογή κύκλου προκαθορισμένης ακτίνας, με κέντρο κάθε κορυφή της ψηφιακής γραμμής. Έτσι, ο υπολογισμός της καμπυλότητας δεν πραγματοποιείται άμεσα, με τη μέτρηση της γωνιακότητας, αλλά, έμμεσα, μέσω της γεωμετρικής ανάλυσης της γραμμής, με κριτήριο το μήκος.

Το μήκος αποτελεί ένα στοιχείο της γραμμής που επηρεάζεται, τόσο από τη μορφολογία της, όσο και από τη μονάδα μέτρησής του (Buttenfield 1985). Στην προτεινόμενη μεθοδολογία, εκτιμάται πως θέτοντας σταθερό το δεύτερο, μπορεί να αξιολογηθεί το πρώτο, να υπολογισθεί η καμπυλότητα και τελικά, βάση των αρχών του Attneave, να εντοπισθούν τα κρίσιμα σημεία. Το γεγονός ότι ο δείκτης LR είναι αδιάστατο μέγεθος, το μετατρέπει σε ένα σταθερό μέτρο, το οποίο, συγχρόνως, είναι, σε υψηλό βαθμό ευαίσθητο στις μεταβολές της καμπυλότητας, αφού το ανάπτυγμα L αυξάνει και η χορδή S ελαττώνεται ανάλογα με αυτές.

Η εξέταση κάθε κορυφής ανεξάρτητα, έχει σαν αποτέλεσμα την αξιολόγηση της τοπικής σημαντικότητας της εκάστοτε θέσης και, στη συνέχεια, την ένταξή της στο σύνολο, μέσω της επιλογής τιμών του δείκτη μεγαλύτερων ενός προκαθορισμένου, για όλη τη

γραμμή, ορίου. Ως ένα βαθμό, η διαδικασία μιμείται την αντίστοιχη χειροκίνητη, κατά την οποία η σημαντικότητα κάθε θέσης εξετάζεται ταυτόχρονα σε τοπικό και ολικό επίπεδο. Το γεγονός αυτό, είναι ιδιαίτερα σημαντικό στην ανάλυση χαρτογραφικών απεικονίσεων, όπου ο βαθμός λεπτομέρειας που πρέπει να αποδοθεί, διαφέρει ανάλογα με την τοπική μορφολογία της γραμμής. Την άποψη αυτή στηρίζουν σε μελέτες τους αρκετοί χαρτογράφοι, όπως, ο Dutton (1999), οι Visvalingam και Whyatt (1990), η Buttenfield (1989) ή ο Thapa (1988).

Σε πρακτικό επίπεδο, κατά τη διαδικασία εφαρμογής της προτεινόμενης μεθόδου, απαιτείται ο ορισμός από τον χρήστη δύο παραμέτρων: της ακτίνας (R) του κύκλου εφαρμογής και του ορίου επιλογής (κατώτατο όριο επιλογής του δείκτη LR). Οι δεσμεύσεις αυτές, όμως, γίνεται προσπάθεια να συσχετισθούν, τόσο με τα δεδομένα της γραμμής, όσο και με τη μορφολογία της. Η ακτίνα τίθεται, κάθε φορά, ανάλογη του μέσου βήματος ψηφιοποίησης της γραμμής, ενώ η αντιστοίχιση τιμών του δείκτη LR με το απεικονιζόμενο σχήμα, βοηθά στον προκαθορισμό του ορίου επιλογής, το οποίο τίθεται ίσο με 1,04, μια τιμή που αποκλείει από τον εντοπισμό όλες τις κυρτώσεις που χαρακτηρίζονται από λόγο βάσης ως προς ύψος μεγαλύτερο από 11:1. Έτσι, σε ικανοποιητικό βαθμό, επιτυγχάνεται η 'σταθεροποίηση' των παραμέτρων, ώστε η προτεινόμενη μεθοδολογία να αποκτήσει πιο αντικειμενικό χαρακτήρα, απεξαρτημένο από την υποκειμενική κρίση του ανθρώπινου παράγοντα.

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή του δείκτη μπορούν να θεωρηθούν αρκετά ικανοποιητικά, σε ποσοτικό (σύγκριση με μελέτες Marino και Thapa), αλλά και σε ποιοτικό (οπτικά αποδεκτή απεικόνιση της ακτογραμμής της νήσου Περιστέρα) επίπεδο. Ωστόσο, η μη επιθυμητή μεταβολή του δείκτη LR ανάλογα με την πολυπλοκότητα της γραμμής, όπως αναφέρεται σε προηγούμενες ενότητες, είναι ένα θέμα που χρήζει διεξοδικότερης μελέτης. Επίσης, ο δείκτης LR δεν εντοπίζει τις επιμηκυμένες, διευρυμένες καμπύλες με σταθερή αλλαγή της κλίσης. Η τελευταία αυτή επισήμανση δεν είναι μια ανεπάρκεια της μεθόδου. Αυτά τα 'σιωπηλά' σημεία που απαρτίζουν τις παραπάνω καμπύλες μορφές, μπορεί να είναι σημαντικά στη διαδικασία απλοποίησης των γραμμών, εντούτοις, δεν θεωρούνται ως κρίσιμα σημεία και επομένως, δεν εντοπίζονται από την προτεινόμενη μέθοδο. Όσον αφορά τη συγκεκριμένη μέθοδο, δεν σχεδιάστηκε προκειμένου να εκτελεστεί για να αντιμετωπίσει τη διαδικασία της απλοποίησης γραμμών, αλλά για να εντοπίζει κρίσιμα σημεία, η λειτουργία της μπορεί για αυτόν το λόγο να θεωρηθεί ως πολύ ικανοποιητική.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η ανάλυση των χαρτογραφικών γραμμών σε ξεχωριστά τμήματα, ομοιόμορφων χαρακτηριστικών αποτελεί ένα χρήσιμο ερευνητικό πεδίο στην απλοποίηση γραμμικών οντοτήτων. Για το λόγο αυτό, στην παρούσα μελέτη προτείνεται μία μέθοδος παραγωγής, απόδοσης των χαρακτηριστικών και αναπαράστασης καμπυλών κατά μήκος των γραμμών. Ο τρόπος, με τον οποίο οι καμπύλες αυτές δημιουργούνται διασφαλίζει την ιδέα της κατάτμησης της γραμμής βάσει ενός κοινού μέτρου.

Η ιδέα των  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών βασίζεται στην έννοια των  $\epsilon$ -περιοχών που εισήγαγε ο μαθηματικός Perkal (1966a). Θεωρητικά, οι  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες δημιουργούνται μεταξύ δύο σημείων τομής κύκλου σταθερής διαμέτρου  $\epsilon$ , που κυλά κατά μήκος της γραμμής και της γραμμής. Κάθε καμπύλη χαρακτηρίζεται από τις ποσοτικές της ιδιότητες που είναι το μέγεθος, το σχήμα και η διάμετρος  $\epsilon$ . Εφαρμόζοντας τη μέθοδο επαναληπτικά με σταδιακά μειούμενες διαμέτρους  $\epsilon$ , δημιουργούνται εσωτερικές καμπύλες (υπο-καμπύλες) μέσα στις καμπύλες κάθε προηγούμενου επιπέδου. Ο τρόπος δημιουργίας καμπυλών και υπο-καμπυλών φανερώνει ότι μεταξύ τους υπάρχει μία άμεση τοπολογική σχέση, η οποία οπτικοποιείται μέσω δένδρων ιεραρχικής δομής.

Η πιλοτική εφαρμογή της μεθόδου σε πέντε εκδοχές της ακτογραμμής της νήσου Περιστέρα αναδεικνύει σημαντικά στοιχεία γύρω από τις ποσοτικές ιδιότητες των  $\epsilon$ -μη-

κυρτών καμπυλών. Ένα γενικό συμπέρασμα είναι ότι το μέγεθός τους μειώνεται και το σχήμα τους γίνεται πιο στρογγυλό, καθώς το επίπεδο του  $\epsilon$  μειώνεται. Επίσης, καθώς η κλίμακα μειώνεται, ο αριθμός και το μέγεθος των καμπυλών ελαττώνεται, ενώ το σχήμα τους γίνεται πιο στρογγυλό. Τα αποτελέσματα αυτά συμβαδίζουν απόλυτα με τον αναμενόμενο τρόπο μεταβολής των χαρακτηριστικών των καμπυλών.

Τα δένδρα ιεραρχικής δομής απεικονίζουν σε πολύ ικανοποιητικό βαθμό τις  $\epsilon$ -μη-κυρτές καμπύλες που δημιουργούνται σε κάθε μία από τις πέντε εκδοχές της ακτογραμμής, καθώς και την μεταξύ τους τοπολογική σχέση. Παράλληλα, η ανάλυση των δένδρων της εκάστοτε καμπύλης στα διάφορα επίπεδα απλοποίησης υποδηλώνει τη δυνατότητα οπτικοποίησης της διαδικασίας γενίκευσης. Συμπερασματικά, τα δένδρα ιεραρχικής δομής μπορεί να θεωρηθούν σαν ένα αποτελεσματικό 'εργαλείο' για την ανάλυση των χαρτογραφικών γραμμών, αφού αναπαριστούν κάθε καμπύλη, τις ιδιότητές της και την τοπολογική της σχέση με τις υπόλοιπες. Έτσι, μπορούν να βοηθήσουν σε μία άμεση παρατήρηση της συμπεριφοράς των καμπυλών συναρτήσει του επιπέδου του  $\epsilon$  ή της κλίμακας απεικόνισης. Αναλύοντας αυτά, μπορούν να εξαχθούν σημαντικές πληροφορίες για τη σημαντικότητα κάθε τμήματος ως προς ολόκληρη τη γραμμή. Περαιτέρω έρευνα λαμβάνει χώρα για τον ορισμό ποσοτικών μέτρων για τα δένδρα ιεραρχικής δομής των καμπυλών και περαιτέρω αξιοποίηση της δυναμικής τους.

Εκτός της κάλυψης των ανεπαρκειών που αναφέρονται σε προηγούμενα κεφάλαια, στόχος μελλοντικής μελέτης είναι ο θεωρητικός και πρακτικός συνδυασμός των δύο προτεινόμενων μεθοδολογιών. Μία ενδεικτική σύγκριση των αποτελεσμάτων της εφαρμογής τους έδειξε πως υπάρχει άμεση σχέση των θέσεων όπου εντοπίζονται τα κρίσιμα σημεία μέσω του δείκτη LR και των  $\epsilon$ -μη-κυρτών καμπυλών. Η ολοκλήρωση του εγχειρήματος, ή ακόμη και ανεξάρτητα κάθε μία από τις δύο μεθόδους, είναι δυνατό να συνεισφέρουν θετικά στην προσπάθεια των χαρτογράφων για τη δημιουργία ενός αυτοματοποιημένου 'καθολικού' συστήματος απλοποίησης γραμμών.

## BIBΛIOΓΡΑΦΙΑ

- Ansari, N., and Huang, K. 1991. "Non-Parametric Dominant Points Detection." *Pattern Recognition*, 24(9): 849-862.
- Antoine, J.-P., Barache, D., Cesar Jr., R.M., and da Fontoura Costa, L. 1997. "Shape Characterization with the Wavelet Transform." *Signal Processing*, 62: 265-290.
- Attneave, F. 1954. "Some Informational Aspects of Visual Perception." *Psychological Review*, 61(3): 183-193.
- Beard, M.K., 1991, "Theory of the Cartographic Line Revisited/Implications for Automated Generalization." *Cartographica*, 25(4): 32-58.
- Buttenfield, B. 1985. "Treatment of the Cartographic Line." *Cartographica*, 22(2): 1-26.
- Buttenfield, B. 1989. "Scale-Dependence and Self-Similarity in Cartographic Lines." *Cartographica*, 26(1): 79-99.
- Christensen, A.H. 1999. "Cartographic Line Generalization with Waterlines and Medial-Axes." *Cartography and Geographic Information Systems*, 26(1): 19-32.
- Cornic, Ph. 1997. "Another Look at the Dominant Point Detection of Digital Curves." *Pattern Recognition Letters*, 18: 13-25.
- Cronin, T.M. 1999. "A Boundary Code to Support Dominant Point Detection." *Pattern Recognition Letters*, 20: 617-634.
- Douglas, D.H, and Peucker, T.K. 1973. "Algorithms for the Reduction of the Number of Points Required to Represent a Digitized Line or Its Caricature." *The Canadian Cartographer*, 10(2): 112-122.
- Dutton, G. 1999. "Scale, Sinuosity and Point Selection in Digital Line Generalization." *Cartography and Geographic Information Science*, 26(1): 33-53.
- Freeman, H. 1978. "Shape Description Via the Use of Critical Points." *Pattern Recognition*, 10: 159-166.
- Hoffman, D., and Richards, W.A. 1982. "Representing Smooth Plane Curves for Recognition: Implications for Figure-Ground Reversal." In *Proceedings of the National Conference on Artificial Intelligence*: 5-8.
- Jenks, G.F. 1981. "Lines, Computers, and Human Frailties." *Annals of the Association of American Geographers*, 71(1): 1-10.
- Li, Z. 1995. "An Examination of Algorithms for the Detection of Critical Points on Digital Cartographic Lines." *The Cartographic Journal*, 32(2): 121-125.
- Mandelbrot, B.B. 1982. *The Fractal Geometry of Nature*, New York: Freeman & Co.
- Marino, J.S. 1979. "Identification of Characteristic Points Along Naturally Occurring Lines/ An Empirical Study." *The Canadian Cartographer*, 16(1): 70-80.
- McMaster, R.B. 1986. "A Statistical Analysis of Mathematical Measures for Linear Simplification." *The American Cartographer*, 13(2): 103-116.
- McMaster, R.B. 1987. "Automated Line Generalization." *Cartographica*, 24(2):74-111.
- Nakos, B. 2004. "The SP-Displacement Measure for Assessing Line Simplification." *Spatial Science*, 49(1): 1-11.
- Pei, S.C., and Lin, C.N. 1992. "The Detection of Dominant Points on Digital Curves by Scale-Space filtering." *Pattern Recognition*, 25(11): 1307-1314.
- Perkal, J., 1966a. "On the Length of Empirical Curves." Discussion Paper 10. Department of Geography, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan.
- Perkal, J., 1966b. "An Attempt at Objective Generalization." Discussion Paper 10. Department of Geography, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan.
- Plazanet, C., Affholder, J-G., Fritsch, E., 1995. "The Importance of Geometric Modelling in Linear Feature Generalization." *Cartography and Geographic Information Systems*, 22(4): 291-305.

- Rattarangsi, A., and Chin, R.T. 1992. "Scale-Based Detection of Corners of Planar Curves." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(4): 430-449.
- Rouleau, B., 1984. "Theory of Cartographic Expression and Design". In *Basic Cartography for Students and Technicians*, (Vol.1), International Cartographic Association, Hampshire, pp. 81-111.
- Teh, C., and Chin, R.T. 1989. "On the Detection of Dominant Points on Digital Curves." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(8): 859-872.
- Thapa, K. 1987. "Detection of Critical Points: The First Step to Automatic Line Generalization." PhD Dissertation, Report No. 379. Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State Univ., Columbus, Ohio.
- Thapa, K. 1988a. "Automatic Line Generalization in Raster Data Using Zero-Crossings." *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 54(4): 511-517.
- Thapa, K. 1988b. "Critical Points Detection and Automatic Line Generalization in Raster Data Using Zero-Crossings." *The Cartographic Journal*, 25(1): 58-68.
- Töpfer, F. and Pillewizer, W. (1966). "The Principles of Selection." *The Cartographic Journal*, 3(1): 10-16.
- Visvalingam, M., and Whyatt, J.D. 1990. "The Douglas-Peucker Algorithm for Line Simplification: Re-evaluation through Visualization." *Computer Graphics Forum*, 9: 213-228.
- Visvalingam, M., and Whyatt, J.D. 1993. "Line Generalisation by Repeated Elimination of Points." *The Cartographic Journal*, 30(1): 46-51.
- White, E.R. 1985. "Assessment of Line-Generalization Algorithms Using Characteristic Points." *The American Cartographer*, 12(1): 17-27.
- Wang, Z., and Müller, J.-C. 1998. "Line Generalization Based on Analysis of Shape Characteristics." *Cartography and Geographic Information Systems*, 25(1): 3-15.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Άρθρο:

Nakos, B., Mitropoulos, V., 2006, 'Critical point detection using the Length Ratio (LR) for line generalization.' *Cartographica*, 40(3): 35-51.



---

# Critical Point Detection Using the Length Ratio (LR) for Line Generalization

Byron P. Nakos and Vasilis Ch. Mitropoulos

*School of Rural and Surveying Engineering / National Technical University of Athens / Greece*

## Abstract

This article presents a review of existing methods for the detection of critical points cited in cartographic and computer science literature. Moreover, a theoretical assessment of algorithm validity with regard to cartographic representation demands is carried out. A method for the detection of critical points using the length ratio (LR) index is introduced, based on geometric principles. Four lines (three geomorphologic and one arbitrary) selected from relevant studies are used to check the method. Finally, the LR index is used to compare the results of two line simplification algorithms (*pointremove* and *bendsimplify*) applied on five successive line simplification tasks on the coastline of a small island.

**Keywords:** critical/dominant points, line generalization, line simplification algorithms

## Résumé

Dans cet article, on passe en revue les diverses méthodes de détection des points critiques souvent citées en cartographie et en informatique. De plus, on effectue une évaluation théorique de la validité des algorithmes pour ce qui est des exigences en matière de représentation cartographique. Une méthode de détection des points critiques à l'aide d'un indice du rapport des longueurs est présentée selon les principes géométriques. Quatre lignes (trois géomorphologiques et une arbitraire) provenant d'études pertinentes permettent de vérifier cette méthode. Enfin, l'indice du rapport des longueurs est employé pour comparer les résultats de deux algorithmes de simplification de lignes (méthodes de simplification des formes *bendsimplify* et de réduction du nombre de points *pointremove*) utilisés lors de cinq tâches successives de simplification des lignes correspondant à la côte d'une petite île.

**Mots clés:** points critiques/dominants, généralisation cartographique, algorithmes de simplification de lignes

## Introduction

In a study to clarify several concepts of visual perception in the context of information theory, Fred Attneave (1954) mentions that during the observation of an object, the human brain receives a great number of stimuli, which transfer a similarly large amount of information that, in general, cannot be stored and utilized. But humans require only a small part of this information to recognize objects as specific individual entities. The human brain acts in a number of ways (conscious

or not) that remove redundant stimuli, after which the entrant information is described and encoded up to the available storage capacity. Among others, Attneave assumes that critical information is concentrated along contours and especially at those points where the slope changes most rapidly. Attneave points out that "common objects may be represented with great economy, and fairly striking fidelity, by copying the points at which their contours change direction maximally, and then connecting these points appropriately with a straight-edge" (1954, 185). He concludes that the locations that

configure the shape of a graphic object can be classified quantitatively according to the information they transmit to the observer. Locations that convey a large amount of information characteristically are capable of describing the shape of an object. This principle, articulated by Attneave in 1954, became a research topic in cartography as well as in the domain of computer science. In the cartographic literature, characteristic points are usually termed "critical points"; the term "dominant points" is used in computer science literature. In his definition of critical points, Herbert Freeman (1978) includes those points of a digital line that are (1) curvature maxima and minima, (2) open line end points, (3) points of intersection, (4) points of inflection, (5) points of tangency, and (6) discontinuities in curvature. In addition, critical points found as maxima, minima and zeroes of curvature are invariant under rotations, translations, and uniform scaling (Hoffman and Richards 1982).

In cartography, the concept of critical points refers to generalization and especially to line simplification. Jill Marino (1979) underlines the existence and impact of critical points in an interesting empirical study. In her research, six lines representing natural phenomena with various morphological characters were presented to a group of cartographers and non-cartographers. Study participants were asked to select a set of points that they considered to be necessary and sufficient to retain the character of the line. The statistical analysis of the results led to three basic conclusions: (1) there is a close agreement among the points that cartographers and non-cartographers selected as critical, (2) the selected points are located at places of high slope change, and (3) the fact that the same critical points were preserved on all three levels of generalization indicates their significance in determining the character of the line. In another study, George Jenks (1981) mentions that there are highly significant points in every line that define its geographic configuration. Subsequently, Jenks underlines their importance arguing that "a sparse but carefully selected set of sample points can be used to create a faithful representation of any line" (1981, 4). Jenks discerns two types of characteristic points: (1) significant economic, cultural, and political locations, the selection of which depends on the purpose and subject of the map; and (2) natural, important, or basic locations that relate to the structure of the line. These points provide the line's individual and distinctive form. Their location is related to changes in the slope (direction) or to large fluctuations of the line. In research focusing on the comparison of three simplification algorithms through mathematical, as well as empirical, criteria, Ellen White (1985) describes results similar to those of Marino's empirical study. Some important findings yielded from this research are the following: (1) responses from the subjects form

a rating of detection points, considering some points to be more "critical" or more "important" than others because they are detected more systematically than others; and (2) points selected by cartographers and non-cartographers are in close agreement (White 1985). According to the results of White's study, the slight differences in the points selected by cartographers and those selected by non-cartographers are due to the perception of the observer and especially to the fact that cartographers tend to focus more on the individual characteristics of the lines.

In computer cartography, the concept of critical points forms the conceptual foundation of line simplification algorithms. Most algorithms analyse line structure using geometrical criteria (length, areal displacement, perpendicular distance, angular change, etc.), as well as tolerances, depending on the level of simplification and the purpose of the map. Line generalization research has long relied on Attneave's (1954) theory on critical points to quantitatively assess simplification procedures (see, e.g., McMaster 1987). The assessment of any line simplification algorithm can be carried out by using several quantitative criteria, such as the mathematical measures proposed by Robert McMaster (1986). However, there are still a few questions to be addressed: Are the two lines, before and after generalization, visually similar? Are the retained points really critical? Can the derived lines be assessed aesthetically?

In the process of manual line simplification, the cartographer examines the significance of each location with regard to global and local criteria. The cartographer estimates the information that every point contributes to the line's basic shape in relation to the level of simplification and the line's form. The complexity of this process makes automation very difficult. The difficulties are compounded by the manner in which vector data represent, register, handle, and depict continuous phenomena (such as lines on a map) in a digital environment, which tends to conflict with map readers' demands.

Every point located at a place of high slope change is not necessarily a critical point, and, likewise, critical points are not located only at those parts of the line. Barbara Buttenfield (1989) states that cartographic lines should be "handled" differently, during the simplification process, depending on their geomorphological nature and character. Lines can be divided into two categories (Buttenfield 1989): (1) those whose structure changes with scale (scale-dependent) and (2) those whose structure does not change (scale-invariant). If this categorization is accepted, a rule of thumb cannot be defined that deterministically retains or rejects points in a simplification process. In fact, most line simplification algorithms do not provide any options for preserving critical points, nor do they model or assess the visual

quality of the results. White's (1985) research came to similar conclusions: less than half of the critical points identified by the subjects coincided with those detected by what she considers the most valid line simplification algorithm – the Douglas-Peucker algorithm (Douglas and Peucker 1973). Khagendra Thapa (1988a, 516) states that “some of the critical points which are likely to cause spikes in the generalized lines must be eliminated if the generalized lines are to be smooth, uncluttered, and aesthetically pleasing.”

However, the very essence of many algorithms' structure precludes them from properly retaining the most characteristic points. The analysis of a line by repetitive use of a set, specific geometric criterion, leads to results that depend both on the criterion itself and upon the tolerances set by the user. Furthermore, global analysis of a line (typified by the Douglas-Peucker algorithm) can easily fail to recognize its character at a local level. Geoffrey Dutton (1999) underlines this fact, mentioning that the analysis of the line as a whole for the selection of the points that form its shape may lead to visually unacceptable or even erroneous results. This is because visual observation is affected by a combination of factors, such as the level of scale change, the complexity of the line, and the type of phenomenon represented. In conclusion, Dutton suggests that “by segmenting line features to be more homogenous, then applying appropriate algorithms and parameters to each regime individually, simplification results can always be improved” (1999, 36). Maheswari Visvalingam and Duncan Whyatt (1990) similarly express the concept in a comparison the Douglas-Peucker algorithm with their own:

Points selected by the Douglas-Peucker algorithm are not always critical. Manual generalizations take into account the relative importance of features. This is partly dependent upon the purpose of the map. (224)

In computer science, especially in topics such as computer vision, pattern recognition, and signal processing, a large number of algorithms for detecting critical points have been developed, mainly to address the problems of line approximation, curve segmentation, and feature detection. The majority of these algorithms are based on curvature computation at each point of the curve by analysing angularity. Critical points considered are those located at the curvature's maxima and minima. According to the classification of critical point detection algorithms presented by Zhilin Li (1995), the majority of these belongs to the “corner detection” category. Most early algorithms approximated curvature based on computations of the angle  $\theta$  – or its cosine ( $\cos \theta$ ) – at each point  $I$  between two points of the curve ( $I - k$  and  $I + k$ ), with the  $k$  parameter set by the user (Li 1995).

The concept of the “region of support” around each point became a principle that would form the basis of many

algorithms coming from the computer science domain. A precise determination of the support region is much more important than the chosen curvature measure. Based on this principle, and trying to avoid shortcomings from using any parameter, a non-parametric algorithm is developed (Teh and Chin 1989) in which the support region of each vertex is determined on the basis of local properties of the line. Secondly, measures are used to estimate curvature.

To better handle the problem of noise, and especially to overcome the shortcoming of directly applying the mathematical definition of curvature to discrete representations of linear features, the original line should be smoothed by a filter (most commonly the Gaussian filter) before computing the curvature (Ansari and Huang 1991). According to Philippe Cornic (1997), this approach raises the problem of selecting the appropriate filter width, since a rather small Gaussian filter width may lead to insignificant detections whereas a large width may exclude certain critical points from detection. Thus, several researchers (Rattarangsi and Chin 1992; Pei and Lin 1992) suggest that the lines should be smoothed by the Gaussian filter at several levels (from minimum to maximum).

Following the concept of line analysis at a local level, new algorithms have been developed that are not based on the estimation of curvature for critical point detection. Cornic (1997) introduces a non-parametric algorithm that does not characterize each point by computing the curvature parametrically. Instead, it applies a region of support around each point of the line and rates the points close to the left or right limit of the region. Finally, the algorithm detects as critical points those gathering the higher scores. Terence Cronin (1999) introduces a similar algorithm, in which every point of the line is classified in one of 18 groups, with its position and orientation in relation to its predecessor and successor as criteria. In general, the points are encoded as convexity (local maxima), concavity (local minima), and run point (straight angle). Cronin's algorithm initially detects the maxima and minima, filters them by using an error budget procedure in order to discard sequences of obtuse vertices or shallow curvature sequences, and selects the critical points. Finally, a new method that uses wavelets to detect critical points has been developed (Antoine and others 1997).

Although the digital image processing domain applies the concept of critical points differently, and linear features are represented using raster data structures, its approximation techniques are very interesting. The formulation of methods of exclusive critical point detection in that domain sets precedents for similar efforts in cartography. Their main characteristic is setting a test area around each examined vertex. Within this area, the curvature of the line is estimated by analysing its angularity, and, according to Attneave's (1954) considerations, “crucial”

locations can be detected. Thus, the examination of the points' significance is carried out at a local rather than a global level. This fact is a subject in need of further research by cartographers. In addition, the use of techniques for reducing the effects of discrete representation of continuous features in the computer environment by smoothing lines differentially through filters according to their local morphology is interesting. Finally, recent efforts (Cornic 1997, Cronin 1999) to formulate non-parametric algorithms that are independent of the user's subjective involutions and trial-and-error processes can be considered pioneering.

### Aim of the Study

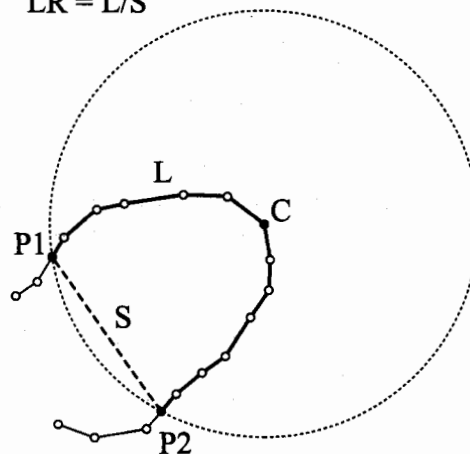
This article introduces a method based on geometric principles for detecting critical points using the length ratio (LR) as a measure of estimation for the slope change along the points defining a digital line. The LR index can be calculated for each point of the line and can then be assigned to each point. When the values of LR are scanned from one end point to the other, several fluctuations are observed, with local maximum values at those locations where the line is most different from a straight line. All vertices associated with LR values higher than a given threshold are considered critical points. In the special case of open lines, the two end points are also regarded as critical points. Three geomorphological lines from the study of Marino (1979) and the theoretical line from the study of Thapa (1987) were used to test the proposed method. Finally, the method was used to compare the results of two line simplification algorithms applied on five line simplification tasks on the coastline of Peristera Island, a small island located at the centre of the Aegean Sea and characterized by a high degree of shape complexity.

### Description of the Method

In a digital environment, the proposed index is applied on lines with a vector structure, that is, a discrete number of points connected by vectors. The criterion of detecting critical points along a line is chosen in such a way that those vertices with high changes of line slope are located. The central idea is to clip the line around each vertex and determine its slope change independently, using line length as a geometric criterion. The LR method adapts the concept of "region of support," presented in many critical point detection algorithms originating from the field of computer science. The line is clipped by applying a circle centred at each vertex. The radius (R) of the circle is set before application. Consider points P1 and P2, which are defined as the two consecutive intersections of the line with the circle. It is possible to estimate the length L of the line along the path between two points and the chord length S between them (see Figure 1). The index of length

### Length ratio

$$LR = L/S$$



**Figure 1.** Typical case of intersection between the line and the circle.

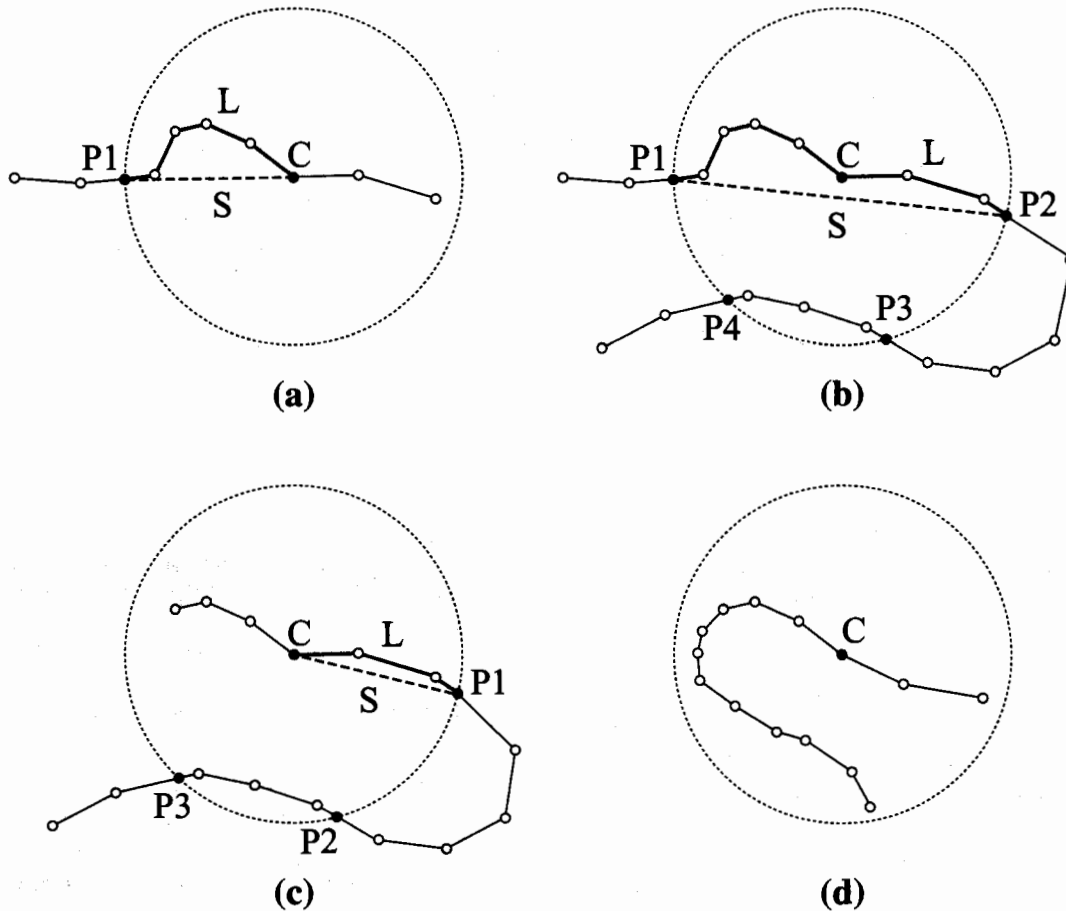
ratio (LR) is defined as follows:

$$LR = \frac{L}{S}$$

Such a circle may

1. intersect the line at two points P1 and P2 from both sides of the vertex (Figure 1). In this case, which is the most usual one for the intended radii, the intersections P1 and P2 are detected. Then length L is calculated (as the sum of the intermediate rectilinear segments) as well as the length of chord S.
2. intersect the line at one point P1 (Figure 2a). This case can occur at the end locations of open lines. The length L between the circle's centre and the intersection point is calculated, and the chord length S is equal to the radius R.
3. intersect the line at more than two points P1, P2, P3, ..., Pn from both sides of the vertex (Figure 2b). In this case, the closer intersections to both sides of the vertex P1 and P2 are detected. The procedure operates as in case 1.
4. intersect the line at more than two points P1, P2, P3, ..., Pn at one side of the vertex (Figure 2c). In this case, the intersection closer to the vertex P1 is detected. The procedure operates as in case 2.
5. not intersect the line (Figure 2d). In this case, the LR index cannot be applied and a smaller radius is required.

Through the application of a circle with constant radius, visiting all line vertices one after the other, the line is equally clipped on the basis of a common measure. Thus, a constant test area is produced for each vertex in which the length L, the chord length S, and the LR index are calculated. The LR index is closely related to the



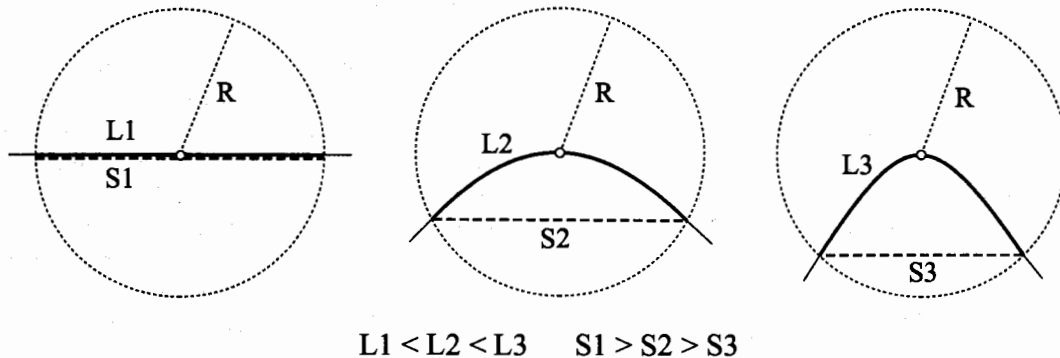
**Figure 2.** Four alternative cases of intersection between the line and the circle.

self-similar fractal dimension (Mandelbrot 1982) and thus expresses quantitatively the degree of complexity of the line section clipped by the circle.

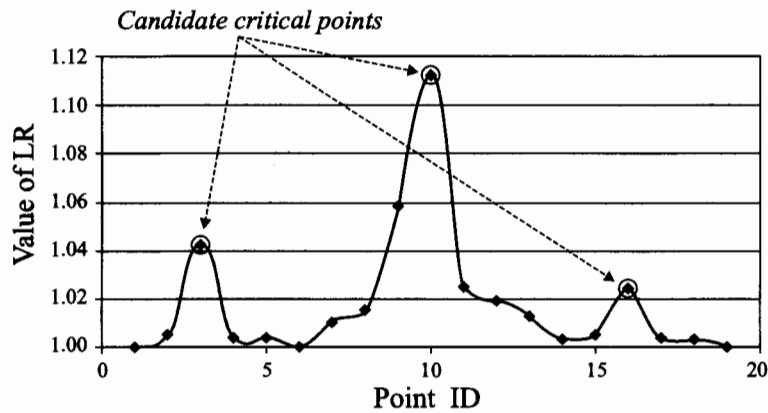
Assuming that the digitization step of the line remains approximately constant (so as to measure lengths on a common basis) and is smaller than the circle radius, the length  $L$  and chord  $S$  depend on the shape of the line between the two points of intersection. The length  $L$  increases, while the chord length  $S$  tends to decrease, as the slope change of the line increases (see Figure 3). Consequently,

the LR index varies with the slope change of the line; as slope change increases, the LR index increases as well. The LR index is dimensionless, and it is always greater than or equal to 1 ( $LR \geq 1$ ). The equality corresponds to straight-line segments. Therefore, the LR index can be used as a measure of the slope change variation. The vertices of the line considered critical are defined as those associated with local maxima of LR values (see Figure 4).

The basic principle of the proposed method of critical point detection is the estimation of slope changes through



**Figure 3.** Variation of length  $L$  and chord  $S$  in relation to curvature.



**Figure 4.** Candidate critical points in a diagram of LR values.

the LR index at the local level around each vertex. The size of the circle directly affects the quality of the results, as the circle determines the test area. If the radius is increased, we can observe that both length  $L$  and chord length  $S$  vary positively as long as the segment around the vertex expands. However, their variation is not equal and depends on the irregularity of the line. To illustrate the above, an example of the variation of length  $L$  and chord  $S$  over a wide range of radii ( $R$ ) is presented in Figure 5, starting from a size equal to the average step of line digitization and advancing proportionally, for three characteristic types of points respectively (see Figure 6).

By interpreting Figures 5 (a), (b), and (c) we can observe that the rate of increase of length  $L$  relative to chord length  $S$  varies more at positions with high angularity. Specifically, the difference of length  $L$  with regard to that of chord  $S$  appears higher at high slope changes (Figure 5a); this difference decreases at moderate slope changes (Figure 5b) and converges to zero at straight sections (Figure 5c). Figure 7 illustrates the variation of percentage increase of LR values with respect to the range of different radii related to the average step size of the line, that is, the sum of the lengths of the linear segments representing the line divided by their number. When applying circles with a radius equal to two to four times the average step size, the maximum deviations between  $L$  and  $S$  appear; hence we have distinguishable values of LR for critical point detection. When a circle's radius exceeds the average step size by about five times, LR values tend to express global rather than local characteristics of the digitized line shape.

The values of LR can be classified into three groups (A, B, and C), on an ordinal scale, according to the line shape characteristics. After an empirical exploration, the following limits of LR values are selected to define the three groups:

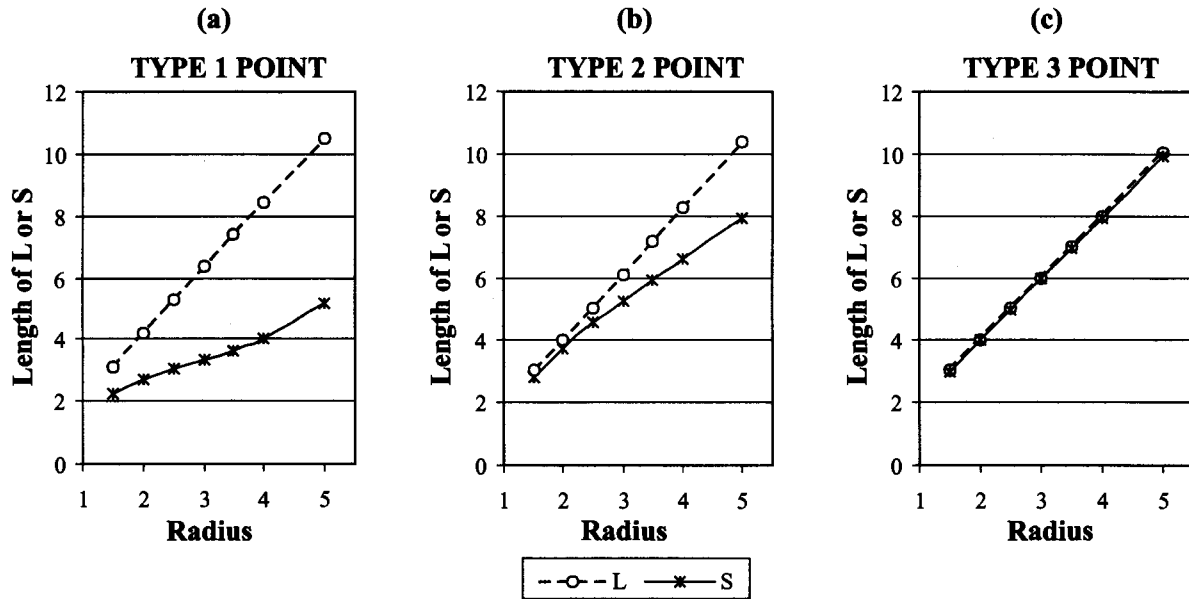
- Group A (LR values ranging from 1.04 to 1.15): This group of critical points refers to locations of smooth slopes (up to  $120^\circ$ ) with basis vs. height ratio between 4:1 and 11:1 (see Figure 8a).

- Group B (LR values ranging from 1.15 to 1.30): This group of critical points refers to locations of sharp slope changes ( $90^\circ$ – $120^\circ$ ) with basis vs. height ratio between 3:1 and 4:1 (see Figure 8a).
- Group C (LR values greater than 1.30): This group of critical points refers to locations of peaks with slopes less than  $90^\circ$  with basis vs. height ratio smaller than 3:1 (see Figure 8a).

It should be mentioned that according to the classification defined above, a lower limit (threshold) for LR values of 1.04 is used. Empirical analysis of several demo lines varying in width according to the standards of linear cartographic symbols and shape indicates that vertices associated to locations with bends having a basis vs. height ratio smaller than 11:1 can be considered critical. Application of the LR indexes shows that these locations have LR values higher than 1.04. This lower limit excludes from the set of critical points those vertices that are associated to minimum slopes, straight segments, or even “noise” inherent in any digital representation.

Dutton (1999) suggests that an important criterion for a sound selection of points in a line generalization process is the point-by-point estimation of local line sinuosity. For this reason, Dutton introduces the statistic “Measure of Sinuosity.” For each point of the line, the ratio of distance along a digitized line between  $\pm k$  adjacent points to the length of the trend line connecting these endpoints is calculated (see Dutton 1999, 41, Figure 4). The “Sinuosity Values” (SV) calculated by this method are dimensionless, real numbers and express the slope change of the line around each vertex. The number ( $k$ ) of the adjacent points that “participate” in the calculation of the SV defines the width of the test area and therefore the values of the SV index. Dutton concludes that a more robust estimation of line sinuosity is obtained by calculating the average of the SVs resulting from sequential application of the SV index across a small range of adjacent points.

The structure of Dutton’s Measure of Sinuosity is very similar to the LR structure. The two indexes estimate the



**Figure 5.** (a) L and S variation over a range of different radii at a location of sharp slope variation (point 1). (b) L and S variation over a range of different radii at a location of a curve peak (point 2). (c) L and S variation over a range of different radii at a location of straight section beginning (point 3).

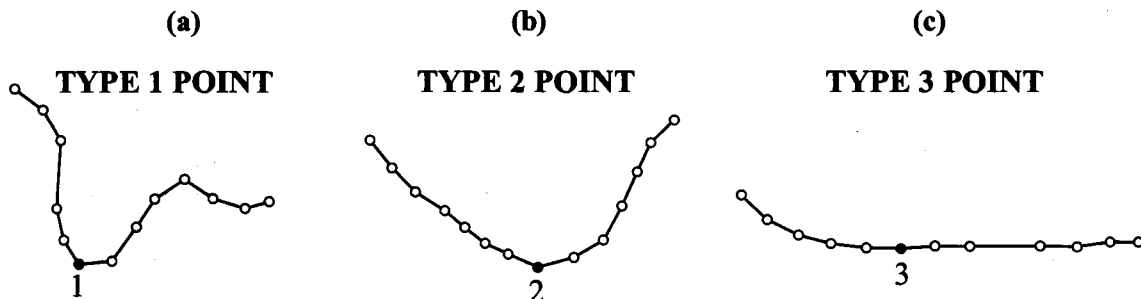
irregularity of the line in a similar way. By applying a specific transform classifier, Dutton associates the SVs to three sinuosity levels (see Dutton 1999, 42, Figure 5). A comparison between the three groups of the LR values and Dutton's classification (Figure 8b) shows that SVs between 1.06 and 1.34 correspond to a line's "medium sinuosity" areas. These values are very close to the limits of group A and B LR values (1.04–1.15 and 1.15–1.30 respectively). Dutton indicates that SVs higher than 1.34 correspond to "high sinuosity" areas. This lower value is very close to the lower limit of LR values of group C (1.30). It is obvious that the LR values that correspond to the critical points of a line would coincide with Dutton's areas of medium and high sinuosity areas. The LR's lowest limit (1.04) occurs in the high levels of the "low sinuosity" area. In contrast, LR values do not exist in the remaining range of low sinuosity, as long as critical points are not detected in areas of low slope changes.

Finally, with the aim of estimating the irregularity of the line at local level, two kinds of LR indexes are defined:

- The Local LR (LLR) is calculated when a circle equal to two times the average step of digitization is applied at the line.
- The Average LR (ALR) is defined as the average of LR indexes when circles with a radius equal to the average step of digitization (R1), two times the average step of digitization (R2), three times the average step of digitization (R3), and four times the average step of digitization (R4) are sequentially applied at the line. Thus, ALR is expressed as follows:

$$ALR = \frac{LR_{R1} + LR_{R2} + LR_{R3} + LR_{R4}}{4}$$

The slope change of the line is estimated at a local level, around each vertex, by applying both indexes.



**Figure 6.** The three types of characteristic points (descriptions are given in the captions of Figures 5a, 5b, and 5c).

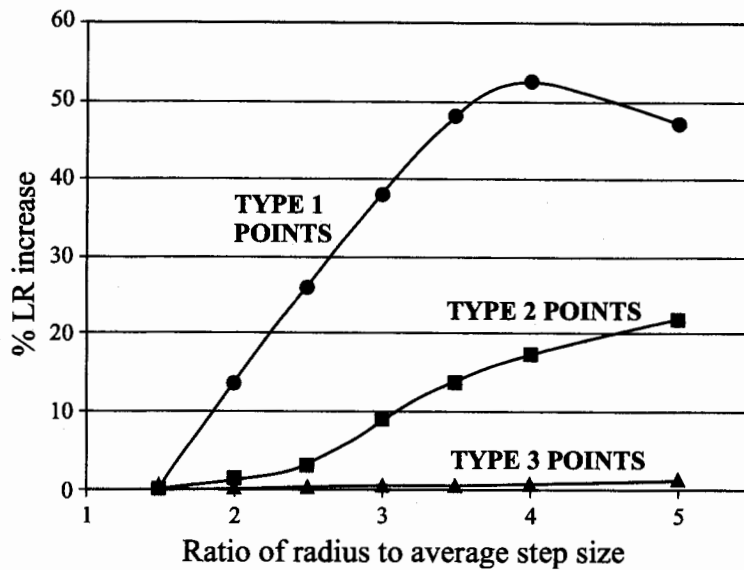


Figure 7. The percentage increase of the LR index over different radii at the three characteristic types of points.

The difference between the two indexes is the limit of the examined region. The slope change is estimated in a small region around each vertex by applying the LLR. As a result, the influence of the line's local attributes is high at the index. Subsequently, the ALR is applied, so that the slope change is estimated both at an extremely local level (R1) and at wider levels (R3, R4). Thus, the influence of the adjacent vertices' attributes decreases. The importance of each vertex is estimated in a larger range, and thus the values of ALR are more regularized than those of the LLR. In addition, they yield more

precisely the importance of each point in the wider area of the line.

#### Comparison with Relevant Studies

The credibility of the results is estimated by applying the proposed method to lines with critical points known in advance. Lines depicting parts of the Mancos River, the Shenandoah River, and the Cape Argo coastline were chosen from Marino (1979); Thapa's theoretical line was chosen from Thapa (1987). The first three lines represent

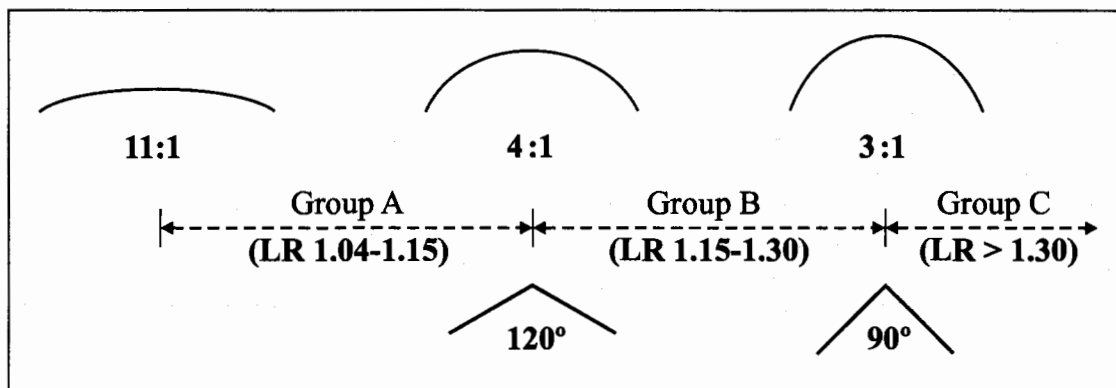


Figure 8a. Characteristic shapes of curves for the three groups (A, B, and C) of LR values.

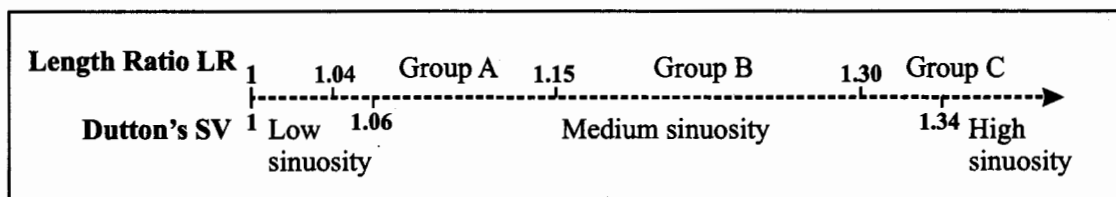


Figure 8b. Comparison between groups of LR values and Dutton's SV classification.



natural phenomena and constitute different geographical and geomorphological samples. The Shenandoah River is roughly sinusoidal, the Mancos River is characterized by high complexity, and the Cape Argo coastline includes both high-complexity and straight sections. The critical points were derived from the empirical study of Marino (1979). In the present study, the critical points related to the first level of simplification (Marino 1979) are used in order to include the largest possible sample. Thapa's (1987) theoretical line is a geometrical model, designed to represent a large assortment of shapes (spikes, sharp slopes, straight sections, continuous long curves, etc.) that lines can exhibit, either independently or in combination. The present study uses critical points produced by Thapa's mathematical model (1988b, 64).

The lines from studies by Marino (1979) and Thapa (1987) were chosen in order to check the results of the proposed method of detecting critical points directly against a study that reflects the way humans conceptualize and select critical points (Marino 1979) and a similar method based on mathematical assumptions (Thapa 1987). Thus, both of them constitute sound bases for checking the proposed method.

The raw data of the test lines were created by vectorizing scanned images from Marino (1979) and Thapa (1987) at a resolution of 300 dots per inch. The original lines were created after cleaning and smoothing the raw data, in order to be clear of redundant vertices, and smoothed following the standard cartographic procedure (Jenks 1981). The average step sizes of the test lines are presented in Table 1. Nevertheless, there are points of poor digitization due to the source quality. These points were marked and their LR values were checked in order to prevent them from affecting the final result.

The critical point detection was conducted by applying both LLR and ALR. The aim was to evaluate their

functionality and to compare them on the basis of known facts. The parameters of implementation and the results are presented in Table 1.

Table 1 shows that the LR method of detecting critical points is in general agreement with the two relevant studies (Marino 1979; Thapa 1987). With the exception of the Cape Argo coastline, both LLR and ALR succeed in detecting 90% or more of the critical points noted in these two studies.

However, there are some cases of divergence in which the proposed method detects critical points that were not considered to be critical, mainly in Marino (1979); these are referred to as "extra points" in Table 1. This phenomenon is observed mainly in the Mancos River line. For example, the LR method detects small, isolated "breaks" of the line that Marino's study participants could not discern. On the other hand, Marino's study set an upper limit on the number of points participants could select. This limitation allows us to guess that some of the extra points would have been considered critical if participants had been permitted to select a greater or limitless number of points. For example, all the peaks of consecutive fluctuations in the line are detected by the LR method; in Marino's study, only some of these are selected. Considering Marino's study as a sound test, we conclude that some of the extra points are actually not crucial. They are located in low-significance positions, or are derived from a shortcoming in the LR index. However, some of the extra points could be considered as critical, comparing them with critical points located in similar line areas.

An examination of the total number of the critical points detected by the application of LLR and ALR yields important indications about the quality of the two indexes. At first glance, it is obvious that the success ratio of both indexes regarding the detection of the critical points presented in the studies of Marino (1979) and

**Table 1.** Parameters of LR index application and results of the comparison

Line	Thapa line	Shenandoah River	Mancos River	Cape Argo Coastline
Average step size*	0.44	0.22	0.18	0.30
Radius of LLR*	0.9	0.5	0.4	0.6
Radii of ALR*	0.45, 0.9, 1.35, 1.8	0.25, 0.5, 0.75, 1	0.2, 0.4, 0.6, 0.8	0.3, 0.6, 0.9, 1.2
Known C-P	45	53	40	53
LLR				
Detected	45	65	88	63
Common	41 (91%)	50 (94%)	38 (95%)	43 (81%)
Extra	4	15	50	20
ALR				
Detected	45	59	72	49
Common	40 (89%)	51 (96%)	35 (88%)	38 (72%)
Extra	5	8	37	11

\* In mm on the map.

Thapa (1987) is almost the same (LLR gives slightly better results for three of the four lines). With the exception of a few cases, the critical points detected are common. The differentiation between the two indexes consists in the total number of points detected as critical. The number of critical points detected by the application of ALR is notably smaller (only in the Thapa line will both indexes detect an equal number of points). By examining the additional critical points detected in the application of LLR, we can observe that a large number of them correspond to local fluctuations of the line with minor importance for the retention of its shape. For example, many of these points are located in positions adjacent to other critical points or in positions of low or medium fluctuation preceding or following sudden "breaks" in the line. In these cases, the ALR values are more regular, that is, they do not have a local maximum but are increasing (or decreasing) to (or from) the local maximum value that corresponds to the point of greater slope change. The estimation of the slope change of a larger region around each vertex by applying ALR facilitates the detection of critical points located in isolated, low fluctuations in the line or in locations of low slope change. Finally, by using ALR, the critical points located in large, wide curves can be detected precisely at their peak (in many cases, LLR leads to the detection of points adjacent to the peaks). A more extensive and qualitative examination of the results with regard to the morphology of the mapped features yields the following observations:

#### THAPA'S THEORETICAL LINE

Because of the geometrical shape of Thapa's (1987) theoretical line, the gradation of LR values is in full accordance with the shape of the line, especially when examined globally. By examining the results in more detail, we can observe that critical points of Group A mainly correspond to small line breaks, smoothed slopes (up to  $120^\circ$ ), and continuous small curves of the line. Group B consists mainly of continuous, large fluctuations and sharp slope changes. Finally, group C corresponds to locations of sharp breaks in slope, acute spikes, and medium and large fluctuations. The critical points not detected by the application of LLR and ALR are common and are located in positions of nearly zero slope change of the line. The extra critical points detected by application of ALR are located in small, narrow curves of the line (with a basis vs. height ratio equal to 5.5:1) and in peaks of small, continuous fluctuations that could be considered critical (Thapa's method detects the adjacent peaks). The same applies to the extra points detected by LLR, with the exception of one specific point, the detection of which is due to the index sensitivity in the local characteristics of the line. Nevertheless, it is important that the total number of critical points detected by the Thapa and LR

methods is the same (45). The two mathematical methods have a satisfactory coincidence in detecting critical points.

#### THE SHENANDOAH RIVER LINE

For the sinuous Shenandoah River line, the success ratio in the detection of the critical points present in Marino's (1979) study verges on agreement by applying both LLR (50 of 53) and ALR (51 of 53) indexes. All the peaks of large curves and sudden "breaks" that characterize the line are detected. In fact, the LR values that correspond to these locations belong to groups B and C and constitute the majority. The rest of the LR values belong to group A, corresponding to smooth slopes and sudden small "breaks" in the line. The points not detected by LLR are located in solitary smooth curves and in positions of low slope change that form bends with a basis vs. height ratio greater than 11:1 (not detected by ALR either). ALR fails to detect another critical point located in a position following a narrow curve, since the index values near it are in a decreasing rate. Some points not considered critical in Marino's study are detected by LLR and ALR. Their number is not high, but they are of great interest. A small number of these extra points are located in positions of short, sudden "breaks" in the line; they correspond to low LR values (approximately 1.05) and were not easily perceived by the participants in Marino's study. The other extra points detected by LLR correspond to local line fluctuations. The majority are located in positions adjacent to critical points or in positions of minimum importance for the preservation of the line's shape. By applying ALR, we can eliminate all these points. The application of the LR method to the Shenandoah River line clearly indicates how estimating the irregularity in a range of areas around each vertex by using ALR leads to the elimination of many "superfluous" critical points detected by LLR. However, the Shenandoah River line reveals a rarely occurring shortcoming of ALR. Five of the eight extra points belong to group C; they are located in positions adjacent to large peaks of crucial importance. The problem is encountered when, for reasons relating to the shape of the curve, the area examined for  $R_4$  exceeds the "local" limits. Thus, the  $LR_{R_4}$  index is very high and increases the value of ALR. Although this issue is rarely encountered, it requires more thorough research.

#### THE MANCOS RIVER LINE

For the Mancos River line, the majority of the points considered critical in Marino's (1979) study are detected by both LR indexes (38 out of 40 using LLR and 35 out of 40 using ALR). Those that were not found are located in parts of curves adjacent to detected critical points with lower basis vs. height ratios (giving higher LR values). In these areas the LR values do not have local maxima but

are either increasing or decreasing. What characterizes the LR index's application to the Mancos River line is the detection of a large number of extra points, resulting from the shape of the specific line. The Mancos River is a line of high complexity, having continuous wide or narrow bends. The structure of the LR index leads to the detection of a high proportion of these (those having a basis vs. height ratio smaller than 11:1). However, in Marino's study about half of these are considered critical. With the exception of two, the majority of the known critical points correspond to LR values higher than 1.08. Most of the extra points belong to Group A and fewer to Groups B and C. In a line of high complexity, the limitation on the number of selected points imposed by Marino could be an easy explanation for the deviation in the number of critical points between the two methods. However, if we accept Marino's study as a sound basis for comparison, a distinct shortcoming of the LR method is revealed: the LR index is sensitive to high-complexity locations in the line. Application of LR to the Mancos River shows that only positions of high slope change must be considered crucial in similar cases. This explains the fact that the majority of the extra points correspond to the low values of Group A. This issue, however, requires more thorough research.

#### THE CAPE ARGO COASTLINE

For the Cape Argo coastline, LR values correspond directly to the line morphology. It is for this line that the lowest ratio of success is achieved (43 of 53 points using LLR and 38 of 53 using ALR) with respect to the detection of the critical points selected in Marino's (1979) study. This is due mainly to the shape of the line, which includes both high-complexity and straight sections. Many critical points presented in Marino's study are located in positions of low slope change or zero change; the LR values that correspond to these are below the threshold. In high-complexity areas, participants in Marino's study selected adjacent points as critical. A number of these are not detected by the LR index, since their values are either increasing or decreasing. Finally, the LR index detects certain points not considered critical in Marino's study. These extra points belong to all groups of LR values. They are located in small, smooth fluctuations of the line, in positions of abrupt slope change, or in continuous peaks (some of which are considered crucial in Marino's study). Some of the extra points detected by LLR derive from the sensibility of the index to the local attributes of the line.

It should be mentioned that the LR method was also applied to the raw (non-cleaned and unsmoothed) data. This experiment showed that the same critical points were detected. This is mainly because the parameters for the cleaning and smoothing procedure were chosen to be

close to the digitization tolerance as well as to the lower limit of LR values.

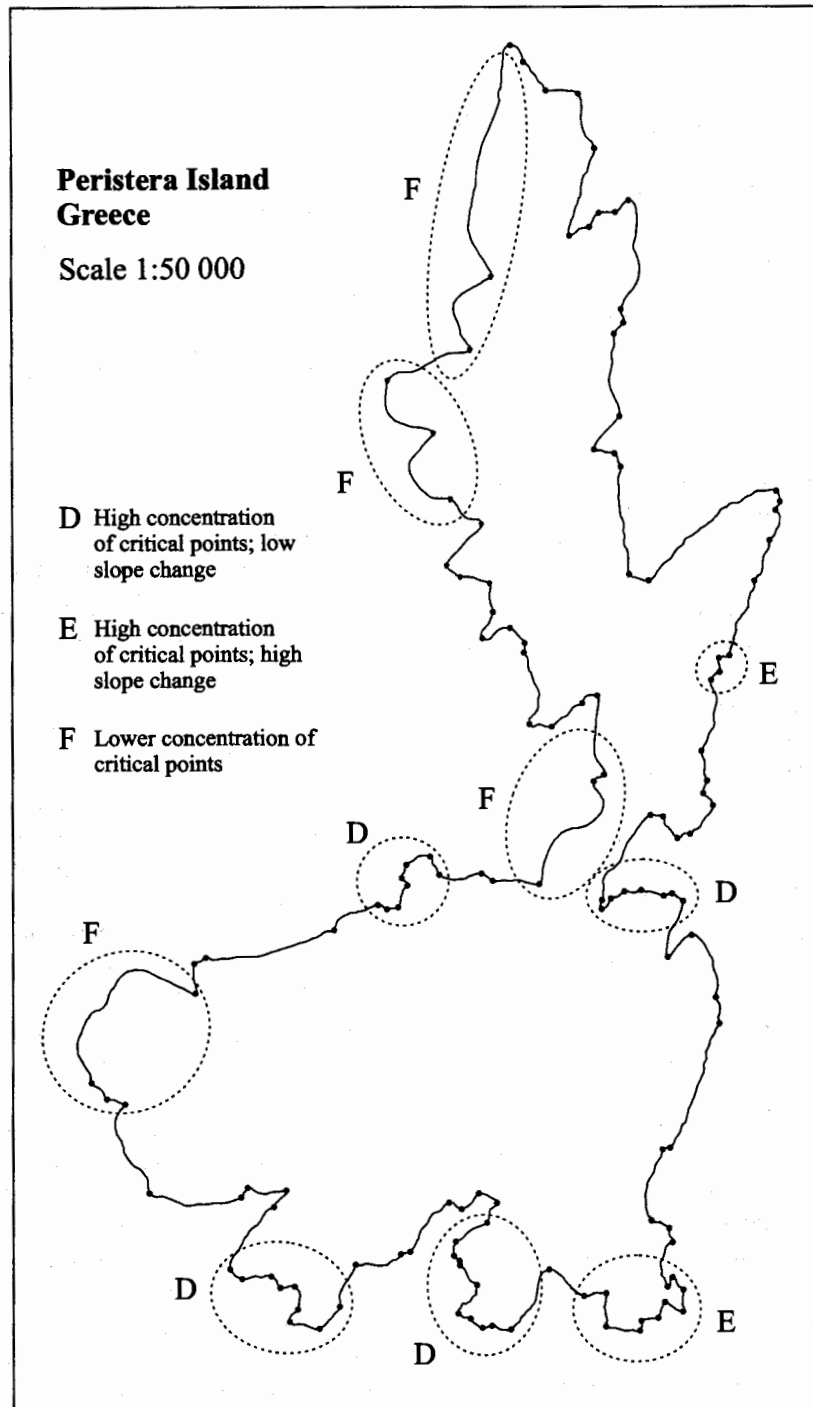
#### Test Application

The LR index was applied to the coastline of Peristera Island, an outline characterized by a high degree of complexity. The coastline was digitized from a paper 1:50,000-scale map with an average step size of approximately 15 m on the ground (or 0.3 mm on the map). The raw data were cleaned of duplicate vertices, spikes, and switchbacks after a "weeding" process. They were smoothed in order to produce a working data set. Then the data were cleaned and smoothed with parameter values close to the digitization tolerance.

The critical point detection was conducted by applying the ALR index. The four radii applied were 15 m, 30 m, 45 m, and 60 m on the ground (or 0.3 mm, 0.6 mm, 0.9 mm, and 1.2 mm on the map); the lower limit (threshold) was set at 1.04. Using this method, 135 critical points were detected (5.6% of the original). Figure 9 illustrates the original coastline and the critical points detected.

By assessing the location of the 135 critical points, we observe that the selected critical points satisfy the basic principle of retaining the shape and the character of the line. Locations of high slope change or line breaks that are crucial to effectively represent the basic shape of the line were successfully detected. The results of the test application are also consistent with the concept of LR value grouping according to shape regimes. Generally, 87 of the 135 critical points belong to group A, 28 to group B, and 20 to group C.

Following a closer look at the detected critical points, several observations should be discussed that refer mainly to parts of the line with higher or lower concentrations of critical points. First, some high concentrations of critical points, such as those indicated with the letters D and E in Figure 9, are identified. It seems that the LR method leads to overestimation of critical points in regions of high line complexity. The ALR values corresponding to these locations do not belong to a specific LR value group. They depend on the shape of the line. In areas of low slope change (indicated with D in Figure 9), the ALR values belong principally to Group A and secondarily to group B. In positions of high slope change (indicated with E in Figure 9), on the other hand, the ALR values belong mainly to Groups B and C. The same behaviour is also observed in analysing the Mancos River line, where several vertices associated with local maxima of the LR values were not chosen as critical in Marino's empirical study. This shortcoming can be explained by the fact that the length L, and hence the LR measure, increases in proportion with the complexity of the line.



**Figure 9.** The outline of the Peristera Island coastline, digitized from a 1:50,000 map, and the 135 critical points symbolized by black dots.

It seems that the LR index is more sensitive in such situations.

The second observation concerns parts of the line with a lower concentration of critical points, such as those indicated with F in Figure 9. These cases consist of long, "wide" peninsulas with constant slope change. The LR values corresponding to the vertices that define their

shape are constant (or have very low fluctuations) and fall below the threshold value. The LR method is structured in such a way as to detect positions of high slope change. According to Attneave (1954), critical points appear in these locations. Thus, the constant slope change peninsulas presented in the Peristera Island coastline do not present any critical points.

## Comparison of Two Line Simplification Algorithms

The Peristera Island coastline was generalized with two line simplification algorithms, *pointremove* and *bendsimplify*, using ESRI's Arc/Info v.8.1 software platform. *Pointremove* is based on the algorithm developed by David Douglas and Thomas Peucker (1973) with some enhancements. Douglas and Peucker introduced an operator that eliminates the redundant points (detail) derived from a digitization process so as to produce sufficient abstraction of a line. The algorithm is structured so as to retain the points located in the slope change areas of a line and remove all other points. *Bendsimplify* is a further development of the key idea presented by Visvalingam and Whyatt (1993) and is based on research developed by Zeshen Wang and Jean-Claude Müller (1998). This line simplification operator aims to retain the curved parts of a line. It is based on the detection of the bends of a line, the analysis of their attributes, and the elimination of the insignificant bends on the basis of their attributes. These two algorithms were compared on the basis of the points preserved after their application in relation to the critical points detected on the original coastline. A qualitative and quantitative comparison of the retained vertices is discussed in this section. The generalization tasks include the simplification of the coastline at five different levels using each algorithm. The resulting coastlines are presented at scales 1:100,000, 1:250,000, 1:500,000, 1:1,000,000, and 1:2,000,000 respectively. In each case, the number of retained vertices is defined according to "principles of selection" (Töpfer and Pillewizer 1966), which in the case of coastlines is expressed as follows:

$$n = n_0 \frac{S}{S_0},$$

where  $S_0$  and  $n_0$  are the scale and the number of vertices of the original map and  $S$  and  $n$  are those of the derived map. The number of points required to represent a generalized line does not always vary linearly with the scale. Nevertheless, when the line and the reduction ratio are specified, the "principles of selection" can be used as an acceptable way to estimate the features of the derived line. In the present application, the "principles of selection" are used as a general accepted cartographic rule with the sole purpose of handling the tolerance values and defining the lines for the target scales. The tolerances are defined to equalize the number of preserved vertices at each level. Table 2 illustrates the parameters of the five levels of line simplification performed; Figure 10 portrays the simplified coastlines.

Table 3 presents the number of common points sharing each level of simplification with the set of the detected

**Table 2.** Retained vertices of Peristera Island Coastline for the five simplification tasks after applying "principles of selection"

Level	Nominal map scale	Retained vertices
1	1:100,000	1207 (50%)
2	1:250,000	485 (20%)
3	1:500,000	246 (10%)
4	1:1,000,000	129 (5%)
5	1:2,000,000	61 (2.5%)

critical points on the original line of scale 1:50,000. For the first level of simplification, where the number of the retained points is high (50% of the original), the *pointremove* algorithm preserves all the critical points while *bendsimplify* preserves 84%. When the simplification level is increased, the *bendsimplify* algorithm percentage greatly decreases. On the second level, *bendsimplify* retains less than half of the critical points (49%). The fourth level of simplification is interesting, since the number of vertices shaping the simplified lines (129) is approximately equal to the number of critical points (135). It is observed that *bendsimplify* preserves only 15% of the critical points. On the fifth level, where the vertices shaping the lines are fewer in number than the critical points detected on the initial line, *bendsimplify* retains the least critical points. On the other hand, the *pointremove* algorithm detects almost all the critical points on the second level and more than 80% on the third level. On the fourth level, it retains 54% of the critical points. Even on the last level, the *pointremove* algorithm has a high ratio of success (35 critical points out of 61 line vertices). Similar results can be found in White's (1985) research, which assessed several line simplification algorithms. In assessing the validity of both algorithms in absolute numbers, one might conclude at first glance that the results of the *bendsimplify* algorithm have many shortcomings, since a significant number of the points selected by its application do not coincide with the predefined critical points. But which of the critical points does *bendsimplify* eliminate? And are these points of major importance for the preservation of the basic shape of the coastline?

The set of vertices preserved by the two simplification algorithms that are members of the set of critical points detected on the original line are classified into three groups (A, B, and C) of LR values. The results are presented in Table 4 for the five simplification tasks. Table 4 shows that the majority of the points selected by the *bendsimplify* algorithm correspond to Group A, whereas vertices corresponding to medium or high LR values (Groups B and C) are rarely selected. The *bendsimplify* algorithm does not retain points of high LR values after the second simplification level. In both

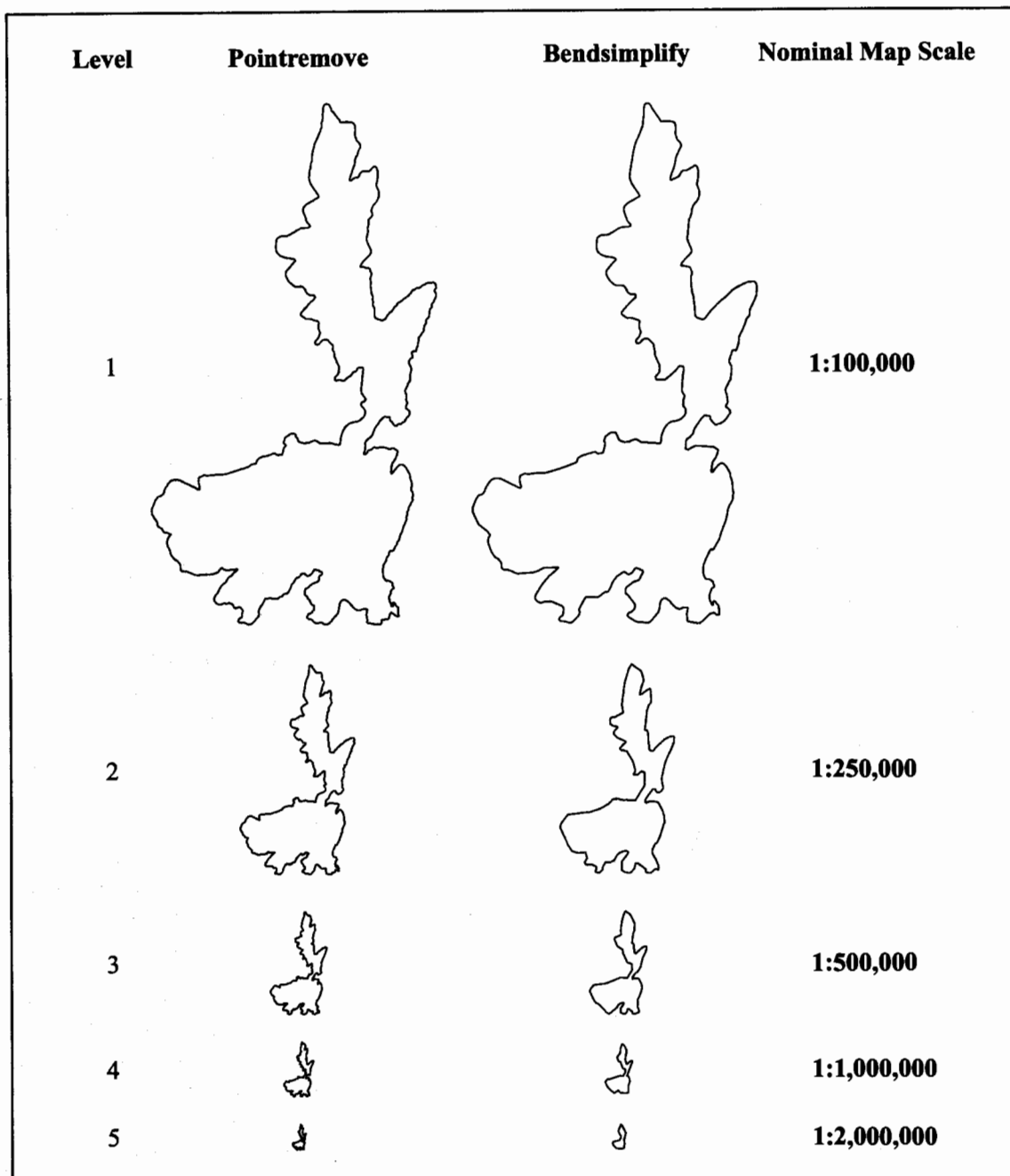


Figure 10. Simplified lines of the Peristera Island coastline at five derived scales.

Table 3. Retained critical points after the five simplification tasks

Level	Retained critical points	
	Pointremove	Bendsimplify
1	135 (100%)	113 (84%)
2	130 (96%)	66 (49%)
3	114 (84%)	39 (29%)
4	73 (54%)	20 (15%)
5	35 (26%)	8 (6%)

cases, more than 70% of the preserved vertices belong to Group A. In fact, the majority of the values in the first group (A) fluctuate at fairly low values (from 1.04 to 1.08). This implies that the retained vertices represent areas of smooth slope changes (these areas usually define the end points and the peaks of curves with large fluctuations) that must be preserved in order to maintain the shape of the line. The simplified lines appear smoothed to a large extent. At the first two levels of simplification, the *bendsimplify* algorithm retains all large, wide curves (see Figure 10 and areas indicated with F in

**Table 4.** Retained critical points classified into the three groups of LR values after the five simplification tasks

Level	Group A		Group B		Group C	
	<i>Pointremove</i>	<i>Bendsimplify</i>	<i>Pointremove</i>	<i>Bendsimplify</i>	<i>Pointremove</i>	<i>Bendsimplify</i>
1	87	75	28	20	20	18
2	83	46	28	13	19	7
3	69	29	26	7	19	3
4	37	14	17	5	19	1
5	15	6	6	1	14	1
Original line	87		28		20	

Figure 9). The positions of high complexity corresponding to low LR values (see Figure 10 and areas indicated with D in Figure 10) are preserved, whereas positions corresponding high LR values (see Figure 10 and areas indicated with E in Figure 9) are not. At subsequent simplification levels, the high-complexity positions are removed. Simultaneously, only very large, wide curves are shaped (some merged with adjacent ones). Some narrow bays and peninsulas are not retained. At the last two simplification levels, the shape of the coastline is approximated (resembling an outline around the outer points of the line).

The *pointremove* algorithm preserves the majority of critical points at the first two simplification levels. Furthermore, the derived lines have the same distribution of critical points over the three groups as the original. Table 4 shows that the largest proportion of the retained critical points fall into Group A, so that the characteristic slopes of the examined line are preserved. By increasing the level of simplification where the number of critical points decreases, the percentage of critical points belonging in Group A decreases while the percentage of critical points belonging in Groups B and C increases. This shows that locations with smooth slope changes are not retained, in contrast to the high slope changes of the line. At all levels, the *pointremove* algorithm retains the large, wide curves (see Figure 10 and areas indicated with F in Figure 9). At the last two levels, however, these curves are shaped with the minimum number of points, resulting in a spiky outline. The complexity of the coastline is preserved at all levels, with a slight decrease only at the fifth level.

By comparing the two line simplification algorithms on the basis of the critical points detected by the LR index, we can observe many differences. This offers a rationale for examining differences between the two algorithms with regard to their structure and concept. In addition, knowing the attributes of the critical points enables us to accomplish a quantitative assessment of the differentiations. The critical points selected by the two algorithms at each level of simplification and their classification in the three groups of LR values may allow us to make

a quantitative analysis of what is perceived by the human eye.

The retention of high-complexity areas of the line by the *pointremove* algorithm can be considered a shortcoming, especially at high levels of simplification. The retention of the large, wide curves at small scales could be considered as preservation of detail. The retention of points with high LR values creates a spiky line shape, particularly at high levels of simplification. In contrast, the *bendsimplify* algorithm reduces the level of detail according to the simplification level. In addition, it minimizes the complexity of the line but preserves its basic shape, since the majority of the critical points detected on the original line that are ultimately retained belong to Group A. Thus, summarizing differences between the two algorithms with respect to the LR method of critical point detection and classification, we arrive at the conclusion that *bendsimplify* can be considered cartographically more appropriate than *pointremove*, especially for the depiction of lines at small scales. The lines derived after the application of the *bendsimplify* algorithm can be considered visually more aesthetic.

### Concluding Remarks

The concept of critical points, presented by Attneave (1954) as characterizing line drawings and subsequently adopted by cartographers, has long guided research in cartographic generalization. It is significant indirectly as a guideline for the assessment of simplification algorithms and directly because it often serves as their objective, given that most simplification procedures depend, to a certain degree, on the retention or elimination of critical points.

The method proposed here is tailored to cover the needs of digital representation of lines in vector environments, as opposed to Thapa's (1987) method, which is appropriate only for digital lines in raster environments. Although the theoretical background of critical points guides line simplification by selecting points to preserve or to eliminate, the methods of automation present many differences.



The LR method is based on examining lines in neighbourhoods around each vertex. The method incorporates the idea of a "region of support" that characterizes analogous algorithms originating from the field of image processing. Neighbourhoods are identified by a circle of a defined radius centred at each vertex. Thus, the slope change is not estimated directly, by measuring the angularity; instead, it is calculated indirectly, through geometrical analysis of the line with length as the criterion.

The length of a line is the feature that depends on both the morphology of the line and its sampling (Buttenfield 1985). In the method proposed here, it is estimated that by setting the latter as "invariant," the former can be evaluated through the proposed index. Finally, the LR method detects critical points in a manner consistent with Attneave's (1954) considerations. The LR index is dimensionless and highly sensitive to irregularity variations, since the length  $L$  increases and the chord length  $S$  decreases proportionally to such variations.

The examination of each vertex independently results in an estimation of the local significance of each location. The procedure effectively simulates the perceptual (manual) process in which the significance of each location is estimated both locally and globally. This fact is very important for the analysis of cartographic representations, where the represented level of detail differs in proportion to the local morphology of the line. Researchers such as Dutton (1999), Visvalingam and Whyatt (1990), Buttenfield (1985, 1989), and Thapa (1988a) have also expressed this view.

In practice, users of the LR method must define two parameters: the radius ( $R$ ) and the threshold of LR values to be retained. At present, we suggest that the radius be defined in proportion to the average step size of the digitized line and that the threshold of LR values be set at 1.04, a value that excludes from detection any curves that are longer than they are high by a ratio of at least 11:1.

The application of the LR index leads to results that are comparable quantitatively to relevant studies such as those of Marino (1979) and Thapa (1987). However, the undesirable sensitivity of the LR index in proportion to line complexity, as discussed in the previous sections, is a subject for future research.

The LR index does not detect points in long, wide curves with constant slope change. This is not a shortcoming of the method. These "silent" points that shape curves of low slope change may be of importance to the line simplification process, but they are not considered critical points and therefore are not detected by the LR method. Because this method was not developed to perform line simplification but to detect critical points, its functionality for this purpose can be considered satisfactory.

Finally, the LR method may facilitate research in cartography, particularly in line simplification, line segmentation, and multi-scale line representation. With respect to the topic of line simplification, cartographic research is focused on the development of an automated generalization procedure. The LR method might be incorporated in an automated line simplification process. Furthermore, the method may be used to segment line features in parts of homogenous characteristics in complexity or uniform characteristics in shape.

### Acknowledgements

We thank the anonymous referees for their constructive remarks. This research has been supported by the Senator Committee of Basic Research, Programme "Protagoras," R.C. No. 65/8142, of the National Technical University of Athens.

### Author Information

Byron Nakos is Associate Professor at the School of Rural and Surveying Engineering, National Technical University of Athens, 9, Heroon Polytechniou Str., Zographos, GR-157 80, Greece. His research interests include map generalization, cartography and children, 3D cartographic modelling, and visualization. He is a member of the International Cartographic Association Map Generalization Commission. E-mail: bnakos@central.ntua.gr.

Vasilis Mitropoulos is a postgraduate student at the School of Rural and Surveying Engineering, National Technical University of Athens, 9, Heroon Polytechniou Str., Zographos, GR-157 80, Greece. His research interests are related to analytical cartography and map generalization. E-mail: mitrovas@survey.ntua.gr.

### References

- Ansari, N., and K. Huang. 1991. "Non-Parametric Dominant Points Detection." *Pattern Recognition* 24: 849-62.
- Antoine, J.-P., D. Barache, R.M. Cesar, Jr., and L. da Fontoura Costa. 1997. "Shape Characterization with the Wavelet Transform." *Signal Processing* 62: 265-90.
- Attneave, F. 1954. "Some Informational Aspects of Visual Perception." *Psychological Review* 61/3: 183-93.
- Buttenfield, B. 1985. "Treatment of the Cartographic Line." *Cartographica* 22/2: 1-26.
- . 1989. "Scale-Dependence and Self-Similarity in Cartographic Lines." *Cartographica* 26/1: 79-99.
- Cornic, P. 1997. "Another Look at the Dominant Point Detection of Digital Curves." *Pattern Recognition Letters* 18: 13-25.



- Cronin, T.M. 1999. "A Boundary Code to Support Dominant Point Detection." *Pattern Recognition Letters* 20: 617-34.
- Douglas, D.H., and T.K. Peucker. 1973. "Algorithms for the Reduction of the Number of Points Required to Represent a Digitized Line or Its Caricature." *Canadian Cartographer* 10/2: 112-22.
- Dutton, G. 1999. "Scale, Sinuosity and Point Selection in Digital Line Generalization." *Cartography and Geographic Information Science* 26: 33-53.
- Freeman, H. 1978. "Shape Description via the Use of Critical Points." *Pattern Recognition* 10: 159-66.
- Hoffman, D., and W.A. Richards. 1982. "Representing Smooth Plane Curves for Recognition: Implications for Figure-Ground Reversal." In *Proceedings of the National Conference on Artificial Intelligence, Pittsburgh, PA*, ed. D. Waltz. Menlo Park, CA: AAAI Press. 5-8.
- Jenks, G.F. 1981. "Lines, Computers, and Human Frailties." *Annals of the Association of American Geographers* 71: 1-10.
- Li, Z. 1995. "An Examination of Algorithms for the Detection of Critical Points on Digital Cartographic Lines." *Cartographic Journal* 32: 121-25.
- Mandelbrot, B.B. 1982. *The Fractal Geometry of Nature*. New York: Freeman.
- Marino, J.S. 1979. "Identification of Characteristic Points along Naturally Occurring Lines: An Empirical Study." *Canadian Cartographer* 16/1: 70-80.
- McMaster, R.B. 1986. "A Statistical Analysis of Mathematical Measures for Linear Simplification." *American Cartographer* 13/2: 103-16.
- . 1987. "Automated Line Generalization." *Cartographica* 24/2: 74-111.
- Pei, S.C., and C.N. Lin. 1992. "The Detection of Dominant Points on Digital Curves by Scale-Space Filtering." *Pattern Recognition* 25: 1307-14.
- Rattarangsi, A., and R.T. Chin. 1992. "Scale-Based Detection of Corners of Planar Curves." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14: 430-49.
- Teh, C., and R.T. Chin. 1989. "On the Detection of Dominant Points on Digital Curves." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11: 859-72.
- Thapa, K. 1987. "Detection of Critical Points: The First Step to Automatic Line Generalization." PhD diss., The Ohio State University, Columbus, OH.
- . 1988a. "Automatic Line Generalization in Raster Data Using Zero-Crossings." *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing* 54: 511-17.
- . 1988b. "Critical Points Detection and Automatic Line Generalization in Raster Data Using Zero-Crossings." *Cartographic Journal* 25: 58-68.
- Töpfer, F., and W. Pillewizer. 1966. "The Principles of Selection." *Cartographic Journal* 3: 10-16.
- Visvalingam, M., and J.D. Whyatt. 1990. "The Douglas-Peucker Algorithm for Line Simplification: Re-evaluation through Visualization." *Computer Graphics Forum* 9: 213-28.
- . 1993. "Line Generalisation by Repeated Elimination of Points." *Cartographic Journal* 30: 46-51.
- White, E.R. 1985. "Assessment of Line-Generalization Algorithms Using Characteristic Points." *American Cartographer* 12: 17-27.
- Wang, Z., and J.-C. Müller. 1998. "Line Generalization Based on Analysis of Shape Characteristics." *Cartography and Geographic Information Systems* 25: 3-15.

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β**

Άρθρο:

Mitropoulos, V., Xydia, A., Nakos, B., Vescoukis, V., 2005, 'The use of epsilon-convex area for attributing bends along a cartographic line.' In Proceedings of 22<sup>nd</sup> *International Cartographic Conference*, ICA, A Coruña (Spain), 9-16 July 2005.



# International Cartographic Conference

9-16 july · A Coruña 2005 · Spain

Mapping Approaches  
into a Changing World

Iniciativas Cartográficas para  
un Mundo en Transformación

## Programme

[www.icc2005.org](http://www.icc2005.org)



Sociedad Española de Cartografía,  
Fotogrametría y Teledetección.



# THE USE OF EPSILON-CONVEX AREA FOR ATTRIBUTING BENDS ALONG A CARTOGRAPHIC LINE

Vasilis Mitropoulos, Androniki Xydia, Byron Nakos, Vasilis Vescoukis

School of Rural & Surveying Engineering, National Technical University of Athens

## ABSTRACT

In this paper a method for detecting bends along cartographic lines is introduced. The method is based on the concept of epsilon-convex areas. By rolling iteratively circles of gradually decreasing sizes of diameter epsilon along the line, several bends are formed. The generated bends are represented in hierarchically structured trees and their attributes (size and shape) are calculated. The proposed method is implemented on Peristera Island coastline as a case study, digitised from a paper map of scale 1:50K. The results are compared and discussed with manually generalised coastlines of Peristera Island, digitised from maps of several smaller scales, i.e. 1:100K, 1:250K, 1:500K and 1:1M. Although the present research approaches the problem at a preliminary stage, promising results have been produced.

## INTRODUCTION

Line generalisation may be considered as one of the most complex processes in the cartographic procedure due to its dependence on factors like the level of simplification, the purpose of the map and the character of the cartographic line. Cartographers ought to take into account all these factors in order to accomplish effectively any simplification task. Trying to suit the above factors, cartographers follow a holistic procedure when generalising manually a line. They examine the line globally as well as locally. The aim is the estimation of how the retention or the removal of each characteristic of the line can reflect to the neighbour location as well as to the whole line globally. This procedure takes place continuously and iteratively as line simplification proceeds.

Another characteristic of manual line simplification is the subjectivity of the procedure. Cartographers use personal logical and aesthetic criteria to form the generalised line. Nevertheless, studies have shown that there is a general principle that defines the way someone selects the positions that shape a generalised line. Marino (1979) carried out an empirical study in order to investigate how map users select positions which shape generalised lines. She presented six lines to a group of individuals (several of them were cartographers), and she asked them to select a set of points (positions), which they considered to be necessary and sufficient to retain the character of the line. The analysis of the results showed that the great majority of the points selected was located in lines' high slope change areas. With minor deviations, cartographers and non-cartographers chose the same positions. The results of Marino's study testify Attneave's concepts about visual perception. Attneave (1954) pointed out that each location of a drawn object contains (and conveys to map-readers) an amount of information. The greater amount of information is concentrated along the contours of a drawn object, and especially at these locations where contours' direction changes most rapidly. He concluded that these locations are able to characterise the shape of an object and he distinguished them from the rest that considered redundant. Based on this concept, cartographers consider that locations along a line at which its direction changes rapidly, are significant for the retention of the form and shape of the line, and so they must be retained after a simplification procedure.

In computer cartography, several research activities have the aim to formulate automated approaches on the problem of line simplification. A significant difference between analogue and digital cartography is the mode of representation of spatial features. In digital environment, cartographic lines are usually represented in vector structure - i.e. a discrete number of vertices connected by vectors. This way of line representation does not express the continuous character of real world objects. Cartographic lines (rivers, coastlines, etc) are continuous phenomena, each one having characteristic/individual physical and geometrical attributes, such as consecution, curvature, etc. In computer environment these attributes do not exist. Thus, cartographers ought to search for alternative methods of line analysis. They have to modulate their research to discrete representations. Most of line simplification algorithms that have been developed focus on the retention or the elimination of vertices constituting digital lines. The greatest part of them uses geometric criteria in order to select the points that shape the generalised line. Their structure is based on the retention of points located on high slope change parts of the line; that is algorithms' function is based on Attneave's theory. Among these algorithms, the most well known is the one proposed by Douglas and Peucker (1973).

The validity of these algorithms is a discussion topic for cartographers, mainly for three reasons. Firstly, the structure of each algorithm is based on specific geometric criteria and limitations set by users. Thus, they are not always efficient to operate well to all lines or to the different shaped parts of a specific line. Each line is encountered as an integral entity; its geometry is analysed globally according to the principles of each algorithm. In addition, cartographic lines (or parts of them) do not change in the same way during a simplification process. Depending on their geomorphological nature and character, lines behave differently to scale changes. Buttenfield (1989) states that linear features can be divided in two categories: those that their structure changes with scale (scale-dependent) and those that do not change (scale-invariant). Finally, having as functional principle the detection of high slope change positions of a line, several algorithms do not select points located in its smooth parts (silent points), which may be necessary for the line's shape retention (Dutton 1999).

Nowadays, it is a challenge for cartographers to create a 'total system' that will simulate the manual line simplification process. This system will examine and analyse the shape and the geometry of a line in global, as well as in local level. It will segment the line on the basis of common attributes (sinuosity, homogeneity, etc) and will apply in each part an appropriate line simplification algorithm using constant or different tolerances or different algorithms suitable for each part of the line. In addition, the choice of the above generalisation operators will depend on the level of simplification and the rate of scale reduction. Based on this concept, Dutton (1999, p. 36) points out that "by segmenting line features to be more homogenous, then applying appropriate algorithms and parameters to each regime individually, simplification results can always be improved".

Having as background the above research directions and the concept of simulation of manual line simplification, two related research topics arise. Ways of line segmentation must be found and line analysis must take place locally as well as globally. In this context, it would be sounder for cartographers to examine sections and not isolate points on a line. The main objection of regarding points as the minor element of a line and using them for line's analysis is that it is difficult to take into account their local significance. Every point is strongly associated with its neighbours. Thus, the retention or not of a point may affect the significance of its predecessor or following points. And that may affect the final shape and the aesthetic and geographic validity of the generalised line. On the contrary, rule based defined parts on a line (e.g. bends) approach better its physical formation, regarding the geometrical analysis. By examining line parts, the assessment of the local importance is sounder, since their geometrical attributes can be calculated (even an approximation of them) and their topological relevance can be rated. Plazanet et al (1995) presented some rules for the characterisation of linear features. They defined objective criteria like sinuosity, homogeneity, density, and complexity, in different levels of perception (global, intermediate and local) that they used to describe the shape of a line. Based on these criteria, they proposed a method of segmentation of linear features. Finally, the geometrical attributes of the line pieces were calculated. In this way, Plazanet et al (1995) segmented and characterised a line in order to be properly analysed for a 'total system' to administrate it. In this context, Wang and Müller (1998) proposed a simplification algorithm, which is based on the detection of the bends of a line. Geometric principles were used for bends definition. Specifically, Wang and Müller defined that a bend is "that part of a line which contains a number of subsequent vertices, with the inflection angles of all vertices included in the bend being either positive or negative and the inflection of the bend's two end vertices being in opposite signs." (Wang and Müller 1998, p. 5) The attributes (size and shape) of each bend were calculated and the context with its neighbour bends was defined. The retained bends that shaped the resultant line, as well as, their final form were composed after the application of elimination, combination, and exaggeration operators.

Considering that the creation and the analysis of bends along a cartographic line is an important procedure for generalisation, a new method of detecting bends is introduced in the present paper. The method is based on the concept of epsilon-convex areas introduced by Perkal (1966a), for bends definition. The aim is the formation of bends along a line on the basis of a common measure and the computation of their attributes. The method may be useful in the process of designing a 'total method' of line generalisation, since one of its preconditions is the knowledge of quantitative means that characterise cartographic lines.

## **THE METHOD**

### **Definition of Epsilon-Non-Convex Bends and Their Tree Representation**

Perkal (1966a) introduced the concept of epsilon-convex areas in his effort to create a method of measurement of linear features' length. The formation and the implementation of his research concern analogue lines, that thier manner of structure is not known. Perkal defined that an epsilon-convex area of a line is the collection of all points on the plane not more than epsilon distant from the line. Theoretically, an epsilon-convex area is created when a circle of diameter

epsilon rolls on both sides of a line. Its width depends on the size of epsilon. Based on this concept, he divided the lines (or parts of the lines) to epsilon-convex and epsilon-non-convex areas. A line is epsilon-convex “if a circle of diameter epsilon could fit on both sides of the arc” (Perkal, 1966a, p. 9). On the contrary, if an interruption exists between circle and line, this part of the line is epsilon-non-convex. An outgrowth of the epsilon-convexity concept is a region generalisation technique (called epsilon-generalisation), proposed by Perkal (1966b). Perkal considered two regions created by a close line, the internal (D) and the external (D’). A circle of diameter epsilon roles separately on the inner and outer side of the line. “The set of all points having the property that they are contained within circles of diameter epsilon, which can be completely included in the region D, is called an epsilon-generalisation of the region D” (Perkal, 1966b, p. 4). The same procedure takes place to the region D’. In other words, Perkal’s method detects and retains the epsilon-convexes of the line. The epsilon-non-convexes are removed and replaced by the part of the circle that connects the intersection points.

Based on Perkal’s concept Christensen (1999) proposed a line simplification technique. Applying Perkal’s rolling circle, he broke the line to epsilon-convex and epsilon-non-convex sections. The edges of the epsilon-non-convex were connected with medial-axis arcs, and finally joined with the retained epsilon-convex sections, so as the simplified line to be formed.

In the present paper, the concept of epsilon-convexity is used for the detection of bends along cartographic lines. We will call bends the epsilon-non-convex sections of the line. Theoretically, the proposed epsilon-non-convex bends are created by a similar to Perkal procedure. A circle of diameter epsilon rolls on both sides of a line, creating epsilon-convexes and epsilon-non-convexes parts of the line. The method is implemented in each line by applying iteratively graduated decreasing levels of diameter epsilon, from a maximum to a minimum value. In this way, each epsilon-non-convex bend created by a higher size of epsilon contains epsilon-non-convex bends created by smaller sizes of epsilon (sub-bends), or conversely, each epsilon-non-convex bend created by a small size of epsilon belongs to an epsilon-non-convex bend created by a bigger size of epsilon. Thus, there is a direct topological relation between the bends and their sub-bends, which can be transformed to a graph of hierarchically structured trees.

The introduced tree structure uses one level for each circle diameter. If the original bend is a simple curved part of the line and the rolling circle diameter relatively short, then the whole bend is represented by a single tree node. This is the case in Figure 1(A & B). Each time the diameter is decreased, one single bend is discovered, since no curved parts of the line exist. In this trivial case, the tree constructed by levels associated to decreasing diameters, is a linear linked list.

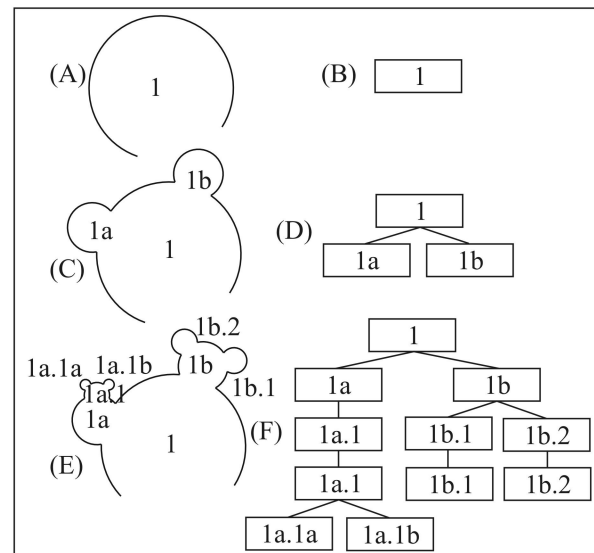


Figure 1. An example of bends’ tree structure

If the original bend has details that cannot be seen using a large rolling circle diameter, then as the diameter decreases, those detailed sub-bends are revealed. In this case, if N is the number of bends that are generated at a specific level, the node that represents the original bend becomes the parent of N nodes, and these nodes represent the generated sub-bends. This is shown in Figure 1C. When the rolling circle diameter is small enough the two sub-bends of Figure 1C will be discovered. The corresponding tree structure is shown in Figure 1D. This procedure of “decreasing the diameter - creating a new tree level with the visible bends” is repeated until no further bend details can be detected, which means that all nodes of the last tree level are expanded as linear linked lists. Of course, the selection of the circle diameter determines the detail that will be detected at each specific diameter level. Figure 1E shows a more complex line along with the corresponding tree structure in Figure 1F. It is worth noting in Figure 1 (E & F) that if we number node 1 as tree level 0 then tree level 1 corresponds to the detection of two sub-bends 1a and 1b. For the next diameter decrease, nothing

is detected below node 1a, while two sub-bends are exposed at 1b. Nothing is exposed by the next decrease of diameter at both sub-bends, while the last one, exposes sub-bends 1a.1a and 1a.1b. It is obvious that the shape and the characteristics of the tree depend on the diameters selected.

## Implementation of Perkal’s Technique in Computer

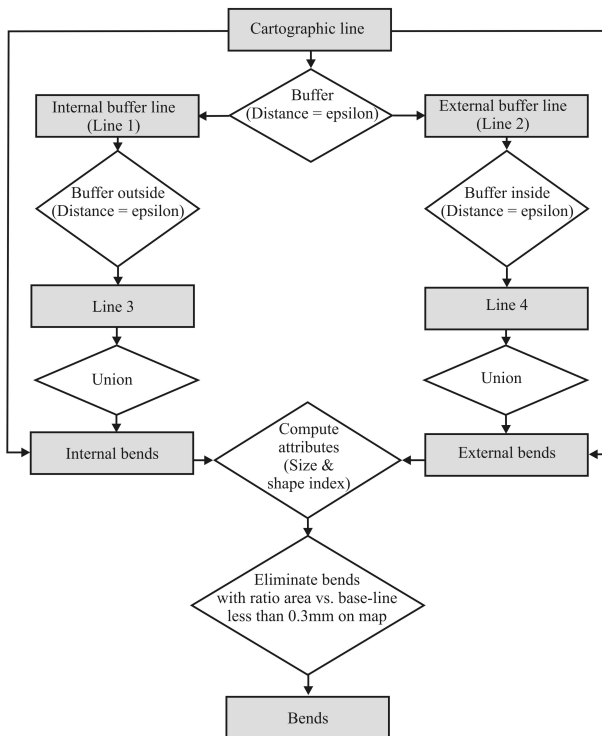


Figure 2. Implementation of Perkal's technique using a GIS software package

In computer environment, the implementation of Perkal's analytical procedure is accomplished using the ArcGIS v.9.0 software package (© ESRI). The rolling circle process is obtained by the buffering operation supported by the specific software. A buffer zone is created around each side of a line. The bandwidth of the buffer is equal to the half of the Perkal's circle diameter (epsilon). Then, a new buffer zone of width half of epsilon is created around the boundaries of the initial buffer zone. The inner boundaries of the new buffer zone intersect line in some positions. The bends shaped between two subsequent intersection points are the epsilon-non-convex parts of the line. It is worth mention that the described method is a satisfactory approximation of Perkal's technique. The second applied buffer simulates the rolling circle and the intersection between buffer and line corresponds to the tangent points of circle and line, as mentioned in Perkal's (1966a) study. The same procedure is iteratively repeated over different levels of decreasing epsilon in order to detect sub-bends inside each bend and to construct their topological structure. The process is obtained by the identity operation supported by the software package. Finally, by connecting the two end points of a bend a closed polygon is formed. The resultant polygons are used for the computation of the epsilon-non-convex bends quantitative attributes. Since several generated polygons are not visually observed, as being very small in size and narrow in shape, they are eliminated. All calculations are made using ArcGIS platform's environment. Figure 2 illustrates graphically the

way the whole procedure is implemented inside the GIS software package.

### Quantitative Attributes of the epsilon-Non-Convex Bends

The quantitative attributes of the epsilon-non-convex bends are the diameter (epsilon), size, and shape index. The size of diameter is common for all bends during each application. The shape index and the size of the created bends depend on it. For the computation of the size and shape index values that characterise each epsilon-non-convex bend, the closed polygon created from the base-line and the bend is used. The size of an epsilon-non-convex bend is defined as the area ( $A$ ) of the polygon. The bends' shape can be described by a numerical expression. In this paper the shape index is determined by the ratio between the perimeter ( $L$ ) of the polygon and the square root of its area ( $A$ ):  $k = L/\sqrt{A}$ . The shape index  $k$  is dimensionless and independent of size of any areal entity. Nakos (2004) pointed out that the smallest value of  $k$  corresponds to a circle, which is considered as a 'perfect' shape. For rounded shapes the value of  $k$  increases slightly and takes high values on narrow and elongated shapes. Generally, the shape index  $k$  increases as the shape becomes more narrow and elongated.

### CASE STUDY

The proposed method was implemented on the coastline of Peristera Island, a coastline characterised by high degree of complexity and shape irregularities. The coastline was digitised from a paper map of scale 1:50K. The average step of digitisation was approximately 0.1mm on the map (5m on the ground). Further on, the method is applied on Peristera Island coastline, presented on four smaller scale maps (1:100K, 1:250K, 1:500K, and 1:1M). The aim is the comparison of the results yielded from the method's application on manually generalised maps. The average step of digitisation was also approximately 0.1mm on the map for all generalised coastlines (i.e. 10m, 25m, 50m, and 100m on the ground, respectively). The raw data were cleaned up from duplicate vertices, spikes, or switchbacks after a 'weeding' process and they were smoothed in order to produce a working data set, as it is suggested by Jenks (1981).

The method was implemented on each coastline by applying iteratively eight decreasing sizes of diameter epsilon (1,400m, 1,200m, 1,000m, 800m, 600m, 400m, 200m, and 100m on the ground). The coastline's extent on scale 1:50K is taken into account for the choice of the epsilon sizes. Using the maximum diameter (1400m), the theoretical rolling

circle adjoins the large bays of the coastline. Moreover, the epsilon–non-convex bends created by rolling circles of diameter lower than 100m are not visible or referable. In the paper only the results of applying the method on the outer side of the coastlines are presented and discussed.

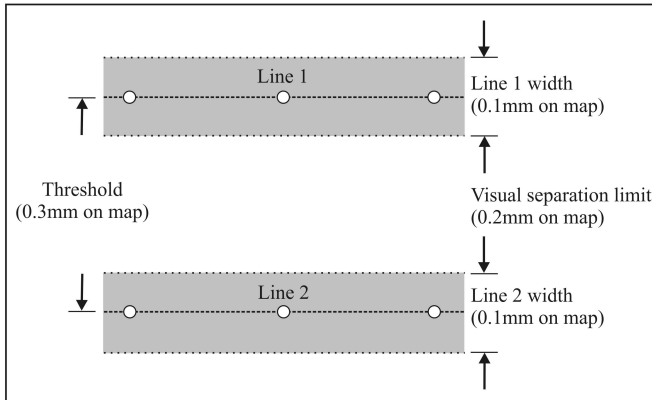


Figure 3. Selection of threshold for bends filtering

The epsilon–non-convex bends created by the implementation of the method on the five versions of the coastline are filtered in order to eliminate those bends that cannot be visually observed. The filtering is accomplished by using the bends' average depth as criterion. The average depth ( $D$ ) of a bend is determined as the ratio between the area ( $A$ ) of the polygon related to the bend and the length of the base-line ( $BL$ ) that connects the two end points of the bend:  $D = A/BL$ . The eliminated bends are characterised by average depth less than a threshold value. In order to estimate a threshold, the width of a digital line and the visual separation limit must be considered. By assuming that a coastline is presented on a map with a line of 0.1mm width, and that the visual separation limit is 0.2mm (Rouleau 1984), 0.3mm is set as an appropriate

threshold value (see Figure 3). By applying the filtering process a great number of small but noisy bends are eliminated.

## DISCUSSION

### Analysis of Bends' Attributes

The assessment of the results is based on ranges: the change of the number of bends and the attributes of the bends in the different levels of epsilon in a specific scale and their change according to scale for a specific level of diameter epsilon. The values of size have been divided into eighteen classes according to the frequency of appearance. Respectively, the values of shape  $k$  have been divided into four classes on the basis of their frequency of appearance: (a)  $k < 5$ , (b)  $5 \leq k < 6$ , (c)  $6 \leq k < 7$  and (d)  $k \geq 8$ . The bends that correspond to the lower classes are more rounded than those bends corresponding to higher classes that are more elongated and narrow.

By observing the number of epsilon–non-convex bends created in the five versions of the coastline, it is evident that as the scale increases, more bends are generated. In larger scales the coastline is represented in more detail and their shape is more complex. Thus, the rolling circles intersect the line in more positions, creating higher number of bends. On the contrary, the generalised versions of the coastline presented in small scales are smoother. As a result, the number of curved parts along the lines is smaller, and so the epsilon–non-convex bends become fewer. In addition, the number of epsilon–non-convex bends created by each diameter is assessed. In scale 1:50K, it is observed that applying rolling circles of diameters between 800m–200m on the ground the higher number of bends is created. This happens because these specific rolling circles have the appropriate size to enter inside the large curved parts of the line and detect smaller curved sections that they contain them. The large epsilon sized rolling circles mainly detect the large curved parts of the line and these of low diameters do not create epsilon–non-convexes. In the coastline presented at scale 1:100K, the number of bends created by diameters between 1400m–400m on the ground is almost the same. This flattering of the bends number, in regard to the previous scale, is the result of the smoother shape of the generalised line. A part of middle sized bends presented in scale 1:50K does not exist. Thus, the rolling circles of moderate diameters detect fewer bends. In addition, the number of bends corresponding to low levels of epsilon is fairly small. That is because the rolling circles do not create epsilon–non-convexes. The same situation appears in the rest versions of the coastline. The only difference is that as scale decreases, rolling circles of higher diameter create the greatest number of bends. For example, in the coastline presented in scale 1:100K, the greatest number of bends is created by rolling circles of diameters bigger than 600m on the ground, where this limit appears at the level of epsilon=1000m in the coastline of scale 1:1M. This situation also has to do with the smoother shape of the generalised versions of the line, as mentioned above.

For each scale, the way by which the epsilon–non-convex bends change in size for the eight levels of epsilon is analysed. In general, the bends created by rolling circles of diameter epsilon=1400m on the ground are the widest. As the size of diameter is reducing, the size of bends decreases. This way of change in size is prospective, since as the level of epsilon decreases the created bends are smaller. In the versions of the coastline presented in scales 1:50K, 1:100K, and 1:250K, the number of bends that corresponds to high levels of epsilon, is almost uniformly distributed in the



middle and in high classes of size. By decreasing the size of diameter, the size of most bends belongs to the middle and lower classes. In the versions of the coastline presented at scales 1:500K and 1:1M, the size of bends belongs to the middle and mainly to the high classes, for the high levels of epsilon, having a trend to be accumulated in the middle classes as the level of epsilon decreases. In both cases, it is observed that the size of bends increases as scale decreases. The variation of bends size between large and small scales appears as long as the generalised versions of the coastline are smoother and less complex. In general, the size of the epsilon–non-convex bends decreases as the level of epsilon decreases and the scale increases.

The shape index  $k$  variations of the epsilon–non-convex bends generated by each level of epsilon, in the five versions of the coastline are examined. In the coastline presented at scale 1:50K, the  $k$  values of the bends created by rolling circles of high levels of epsilon (1400m–600m on the ground) disperse to all shape classes. In the versions of the coastline at scales 1:100K and 1:250K, these bends'  $k$  values tend to be accumulated in the two first classes, while at scale 1:500K and 1:1M, the majority of them belongs to the first shape class. This way of  $k$  change makes evident that the epsilon–non-convex bends created by rolling circles of high diameters become more rounded as scale decreases. That can be explained by the fact that the form of the simplified versions of the coastline presented in small scales is smoother. The  $k$  values of the bends created by rolling circles of low levels of epsilon change in a similar way according to scale. That is, as scale decreases the shape index  $k$  tends to be accumulated in the first shape classes. However, it is observed that the majority of the  $k$  values is concentrated in the first classes, even in the versions of the coastline presented at large scales. For example, in the initial coastline (scale 1:50K), most  $k$  values belong to the first two classes. Generally, by decreasing the size of diameter, the shape index  $k$  tends to be accumulated in the first classes. This change of  $k$  shows that the bends created by high sizes of diameter epsilon are more elongated or spiky than the bends created by small sizes of diameter, which are more rounded. In general, the shape of the epsilon–non-convex bends tends to be more rounded as scale and level of epsilon decreases.

### **Analysis of Hierarchically Tree-Structured Bends**

The hierarchical structured trees at all scale levels of Peristera Island coastline are generated. Each tree represents an epsilon–non-convex bend created by the rolling circle of maximum diameter and the sub-bends created by the smaller sizes of epsilon that are contained in it. Figure 4, illustrates the trees produced by the application of the method in the five versions of the coastline under study. Each node of a tree corresponds to an epsilon–non-convex bend. The upper nodes depict the bends created by the rolling circle of size epsilon=1400m and each one below, hierarchically, its sub-bends. In each node, the level of epsilon and the quantitative attributes of the bends are recorded. Figure 5 illustrates the coastline of Peristera Island at scale 1:50K, as well as, the bends generated by applying the rolling circle of epsilon=1400m.

Interpreting Figure 4, it is evident that the trees present significant differences among each other. There are one-column trees, trees that have two or more branches, trees that end to different levels of epsilon. In addition, the trees' branches start and end in various levels of epsilon and some of them have symmetrical structure while others not. By comparing the hierarchical structured trees of scale 1:50K with the coastline, as it is presented in Figure 5, it is observed, that there is a direct relation between the shape and the size of the bends and the formation of the corresponding trees. In general, the structure of each tree depicts effectively the form of the epsilon–non-convex bend.

Furthermore, it is observed that bends having a wide base-line in relation to their depth and small size (i.e. bends with IDs: 2, 19, 5 & 6) correspond to one-column trees that do not end to low levels of epsilon. One-column trees that extend to all levels of epsilon correspond to moderate in size and smoothed bends with wide base-line (i.e. bends with IDs: 22 or 31). The existence of branches implies irregularity, while their symmetry depicts the form of the irregularity. For example, the bend with ID: 14 is divided in two small sub-bends (see Figures 4 & 5). These sub-bends are detected at the level of epsilon=800m on the ground. Thus, the tree is divided in two branches at this level of epsilon. Moreover, since the bends are smooth and have almost the same size, the branches are symmetrical and end at the same level of epsilon.

By comparing the non-symmetrically structured trees (Figure 4) with the related bends (Figure 5), it is evident that they correspond to large in size and irregular bends (i.e. bends with IDs: 11, 16 & 25). As it is shown in Figure 4, the tree of the bend with ID: 25, at the level of epsilon=1000m on the ground is divided into three branches. The first branch depicts a small in size and smooth sub-bend and ends at the level of epsilon=400m on the ground. The second one corresponds to a smooth, big sized and rather deep sub-bend. Thus, it ends at level of epsilon=200m on the ground. The third branch depicts a big sized and complex sub-bend that contains smaller sub-bends. These sub-bends are depicted by two new branches on the tree, appearing at the level of epsilon=600m on the ground. In the same way, at the level of epsilon=400m, the one of the two branches is divided into two new branches that correspond to smaller irregularities of

the coastline. It becomes obvious that, the level of epsilon at which a tree may branch, as well as, the last level of epsilon of each branch, depends on the form of the irregularities, the size, and the shape of the initial bend. Therefore, by observing the structure of a tree, as well as, the recorded bend's attributes, the character of the line may be predicted.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Bend_ID
											Scale 1:50,000
											Scale 1:100,000
											Scale 1:250,000
											Scale 1:500,000
											Scale 1:1,000,000
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	Bend_ID	
										Scale 1:50,000	
										Scale 1:100,000	
										Scale 1:250,000	
										Scale 1:500,000	
										Scale 1:1,000,000	
22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	Bend_ID	
										Scale 1:50,000	
										Scale 1:100,000	
										Scale 1:250,000	
										Scale 1:500,000	
										Scale 1:1,000,000	

Figure 4. The hierarchically structured trees of the generated epsilon–non-convex bends

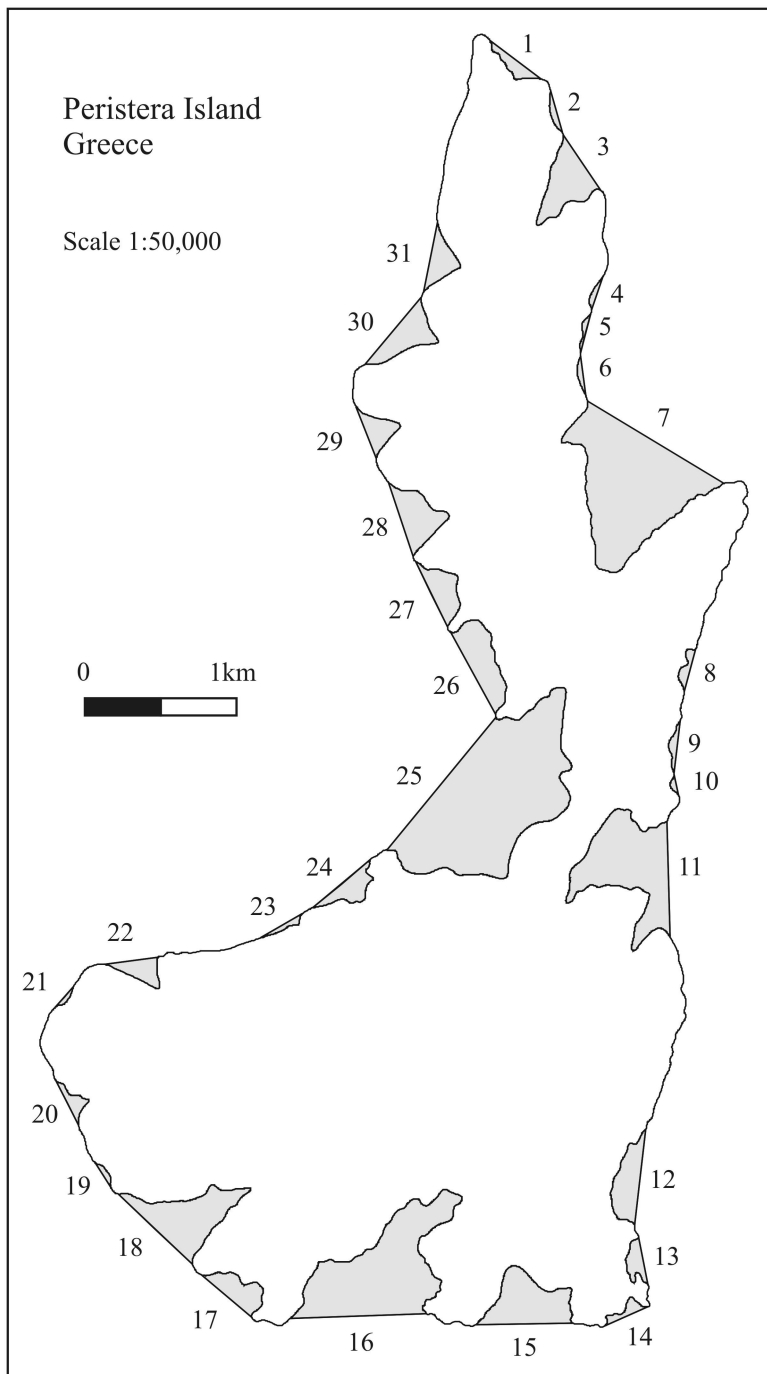


Figure 5. Peristera Island coastline and the generated epsilon–non-convex bends with the rolling circle of the highest diameter (the numbering of the bends corresponds to ‘Bend\_IDs’ of Figure 3)

coastline of 1:250K is significantly different in structure. A great part of the branches presented in the initial bend are resolved. In addition, the remained branches are not detected in the lower levels of epsilon due to the smoother representation of the line. It is interesting that by analysing the tree, it is observed that the retained bends are those with the biggest size and the deeper depth. In reality, these branches depict deep bays of the coastline. The tree corresponding to the coastline presented in scale 1:500K has only one column. This one-column part of the tree depicts the deepest bay of the line. All the other irregularities of the initial coastline do not exist. In scale 1:1M the same bay is depicted only in the first two levels of epsilon, a fact that can be explained by the smooth shape of the line.

The way trees are transformed in various scales may offer interesting information about the significance of each part of the line under study. The proposed method during the case study is applied on an original and on four versions of the

In Figure 4, it is clearly shown how many and which epsilon–non-convex bends are retained as scale decreases. In scale 1:50K thirty-one bends are created, while their number flows to twenty-three in scale 1:100K, seventeen in scale 1:250K, seven in scale 1:500K and just four in scale 1:1M. As mentioned in the previous section (Analysis of Bends’ Attributes), that happens as long as lines become smoother and less complex as the degree of generalisation increases. By analyzing which non-epsilon non-convex bends retained as scale decreases, it is observed that one-column trees that do not have nodes in all levels of epsilon (like bends with IDs: 2, 9, 10, 19 or 23) are created only in scale 1:50K. These trees depict small in size and short in depth bends. On the contrary, one-column or branched trees that have boxes in all (or even in most) levels of epsilon in scale 1:50K are retained in some levels of simplification. In general, the retention of the trees depends on the attributes or on a combination of the attributes of the corresponding bends. For example, the two-branched tree that depicts the bend with ID: 14, appears only in scale 1:100K, mainly because its size is small. On the contrary, the less complex, but more large and deeper bend with ID: 18, is retained in all levels of simplification.

It is worth to be mentioned that the interpretation of the trees related to different simplification levels of the same line provides useful information about the character of the line. Thus, someone can analyse a specific bend at a specific scale, as well as, understand how its shape changes according to the level of simplification. A representative example is the case of bend with ID: 25. The bend in scale 1:50K is large in size and complex in shape, creating a tree of several branches as the level of epsilon decreases. It is observed that the tree in scale 1:100K has almost the same structure. That means that the complexity remains in the simplified line. The difference is that the size of the bends is smaller. The tree corresponding to the

same line after simplification. By producing the hierarchically structured trees of the generated bends, we can easily observe the various irregularities of different parts of the line at each scale level. The bends corresponding to trees that retained in various scales or have nodes in various levels of epsilon, are candidate to contain line's critical parts. By analysing both the bends' attributes and the structure of the trees, we may result to a quantitative expression of the character of the line. Obviously, this final remark needs further consideration and extended research.

## CONCLUDING REMARKS

Considering that the analysis of cartographic lines in separated sections of uniform characteristics is a useful research topic in line generalisation, a method of producing and attributing bends is proposed. The concept of epsilon–non-convex bends is theoretically defined and implemented in computer environment for any cartographic line. Each bend is characterised by quantitative attributes (i.e. size, and shape) and the implemented diameter. By applying the method iteratively over gradually decreasing diameters, interior bends are created into the bends of each previous level. The results of the case study show that the size of the bends decreases and their shape becomes more rounded as the level of epsilon decreases. As the scale reduces, the number and the size of the bends decrease, while their shape becomes more rounded. The fact that the bends of each level of epsilon are topologically enclosed to the bends of each previous level implies the capability to visualise the generalisation procedure through hierarchically structured trees. The hierarchical structured trees may be considered as an effective 'tool' for the analysis of cartographic lines, since they depict each bend, its attributes and its topological relation with the rest bends. Thus, these graphs of trees may assist to a direct observation of the bends' behaviour in regard to the level of epsilon or to the scale of representation. Based on above, important results about the significance of each part of the line for the whole line may yield. Further work is in progress to define quantitative measures for the hierarchical structured trees of bends and further exploit their potential.

## ACKNOWLEDGMENTS

The research has been supported by the Senator Committee of Basic Research, Programme "Protagoras", R.C. No 65/1404 of the National Technical University of Athens.

## REFERENCES

- Attneave, F. 1954. "Some Informational Aspects of Visual Perception." *Psychological Review*, 61(3): 183-193.
- Buttenfield, B. 1989. "Scale-Dependence and Self-Similarity in Cartographic Lines." *Cartographica*, 26(1): 79-99.
- Christensen, A.H. 1999. "Cartographic Line Generalization with Waterlines and Medial-Axes." *Cartography and Geographic Information Systems*, 26(1): 19-32.
- Douglas, D.H, and T.K. Peucker. 1973. "Algorithms for the Reduction of the Number of Points Required to Represent a Digitized Line or Its Caricature." *The Canadian Cartographer*, 10(2): 112-122.
- Dutton, G. 1999. "Scale, Sinuosity and Point Selection in Digital Line Generalization." *Cartography and Geographic Information Science*, 26(1): 33-53.
- Jenks, G.F. 1981. "Lines, Computers, and Human Frailties." *Annals of the Association of American Geographers*, 71(1): 1-10.
- Marino, J.S. 1979. "Identification of Characteristic Points Along Naturally Occurring Lines / An Empirical Study." *The Canadian Cartographer*, 16(1): 70-80.
- Nakos, B. 2004. "The SP-Displacement Measure for Assessing Line Simplification." *Spatial Science*, 49(1): 1-11.
- Perkal, J., 1966a. "On the Length of Empirical Curves." Discussion Paper 10. Department of Geography, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan.
- Perkal, J., 1966b. "An Attempt at Objective Generalization." Discussion Paper 10. Department of Geography, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan.
- Plazanet, C., Affholder, J-G., Fritsch, E., 1995. "The Importance of Geometric Modelling in Linear Feature Generalization." *Cartography and Geographic Information Systems*, 22(4): 291-305.
- Rouleau, B., 1984. "Theory of Cartographic Expression and Design". In *Basic Cartography for Students and Technicians*, (Vol.1), International Cartographic Association, Hampshire, pp. 81-111.
- Wang, Z., and Müller, J.-C. 1998. "Line Generalization Based on Analysis of Shape Characteristics." *Cartography and Geographic Information Systems*, 25(1): 3-15.

## **A BIOGRAPHY OF THE PRESENTING AUTHOR**

**Vasilis Mitropoulos** born in 1977, studied Rural & Surveying Engineering at the National Technical University of Athens and obtained the Diploma degree in Surveying Engineering in 2002. He is Ph.D candidate in Cartography at the same University. His area of research is related to analytical cartography and map generalisation.

Email: mitrovas@survey.ntua.gr  
Address: 9, Heroon Polytechniou Str.  
Zographos, GR-157 80  
Greece